ARI – Sezione di Parma

Conversazioni del 1° Venerdì del Mese

CARTA DI SMITH
ESERCIZI

Carlo , I4VIL

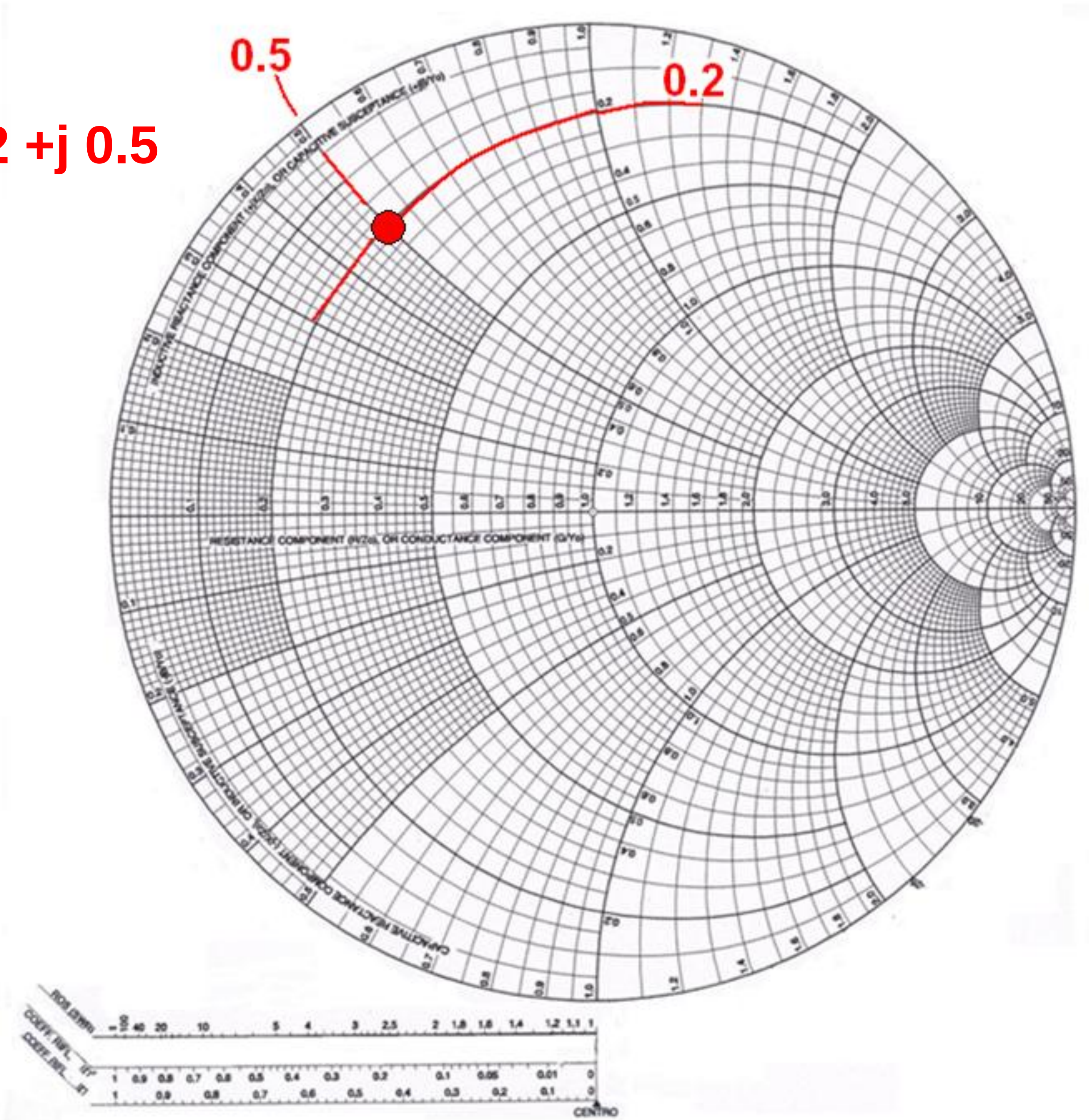
ESERCIZIO 1 CALCOLO ROS E COEFFICIENTE DI RIFLESSIONE $|\Gamma|$

L'impedenza all'ingresso di una linea di $Z_o = 50\ \Omega$ sia:
$Z = 10 + j25\ \Omega$.
Qual è il modulo del coefficiente di riflessione? E quanto è il ROS in linea?

Impedenza normalizzata:

$$z = \frac{Z}{50} = \frac{10 + j\,25}{50} = 0.2 + j\,0.5$$

Occorre ora individuare il punto corrispondente sulla Carta di Smith z= 0.2 +j 0.5



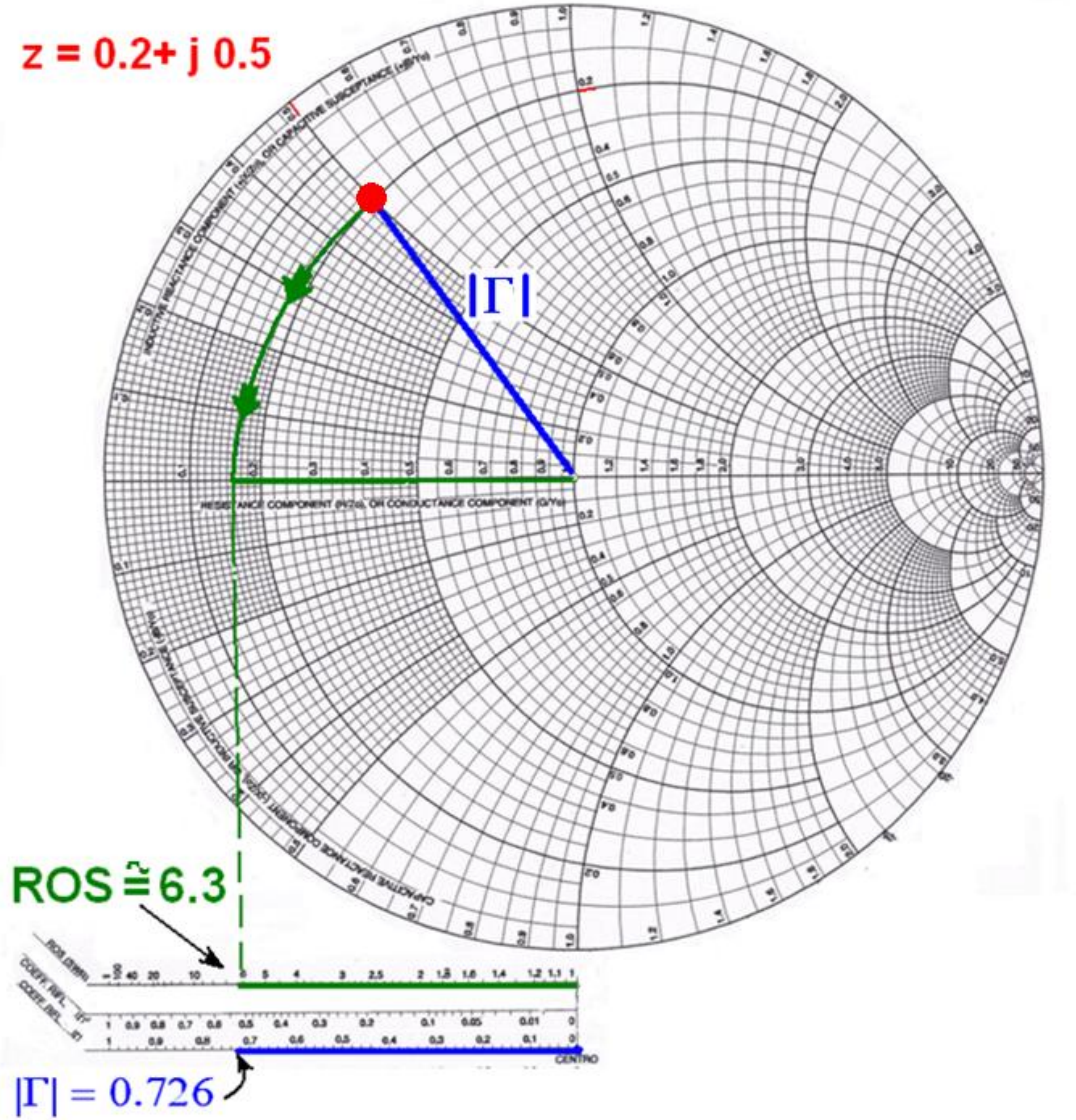
Il valore del modulo del coefficiente di riflessione $|\Gamma|$ è pari alla lunghezza del segmento che collega il centro della Carta con il punto corrispondente a z ricordando che il raggio della Carta vale 1.

Utilizzando le appendici della Carta, si può ruotare il segmento fino ad intersecare l'asse reale.
Ribassare la lunghezza del segmento e sovrapporlo alla scala dei $|\Gamma|$ e dei ROS.

In questo esempio:

$|\Gamma| = 0.726$ ROS = 6.29 $|\Gamma|^2 = 0.527$

$|\Gamma|^2$ indica la frazione di potenza che viene riflessa per il disadattamento


z = 0.2+ j 0.5
|Γ|
ROS ≅ 6.3
|Γ| = 0.726
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
CENTRO

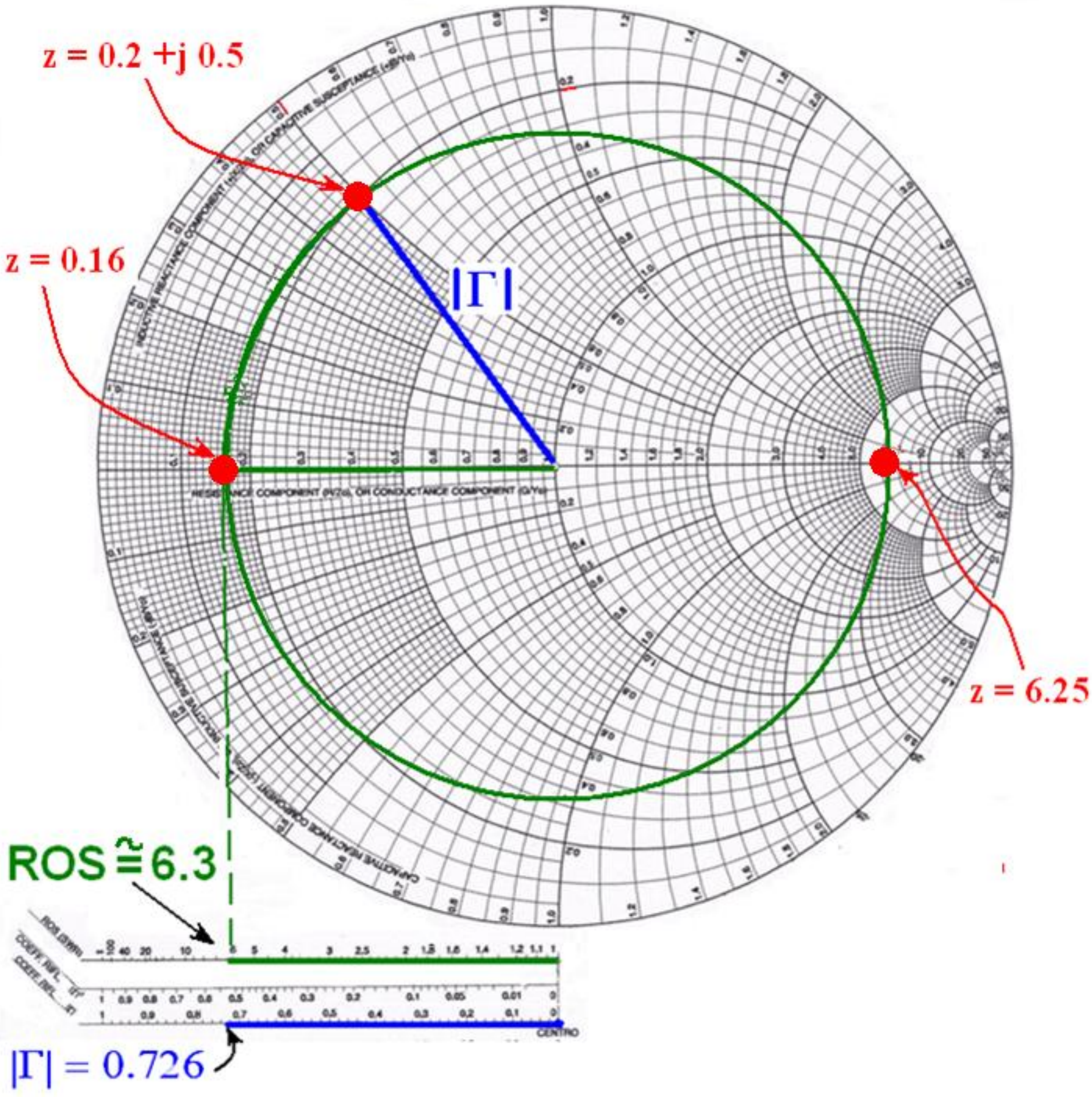
NOTA - I valori del ROS e del modulo del coefficiente di riflessione danno le stesse informazioni dato che le due grandezze sono legate dalla relazione:

$$\mathrm{VSWR} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$$

NOTA - La conoscenza del valore del ROS o del modulo del coefficiente di riflessione $|\Gamma|$ non è sufficiente per poter risalire al valore dell'impedenza (normalizzata o non). Tutti i valori di ROS = 6.3 , in questo esempio, sono infatti descritti dalla circonferenza di raggio $|\Gamma| = 0.726$ che comprende, sì, anche il valore cercato ($z = 0.2 + j\,0.5$), ma non lo identifica.

La circonferenza del ROS = 6.3 taglia l'asse reale in due punti: $z1 = 0.16$ e $z2 = 6.3$ (pari a $Z1 = 8\ \Omega$ e $Z2 = 312\ \Omega$). Sono solo due degli infiniti valori in campo complesso che portano a valore di ROS = 6.3.

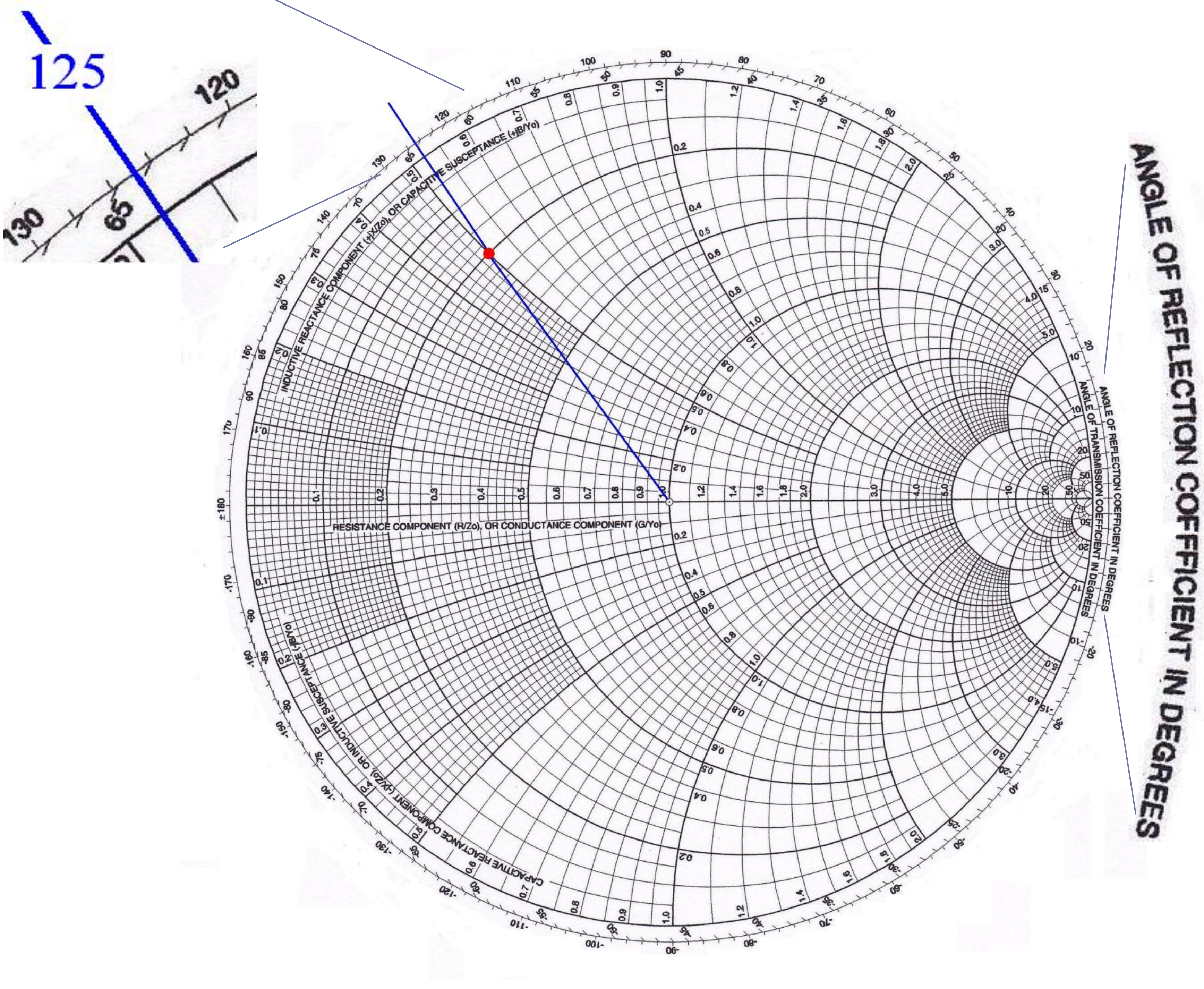
L'impedenza, infatti, è una grandezza complessa e, per caratterizzarla completamente, occorrono due numeri, due coordinate: parte reale e parte immaginaria oppure modulo e fase.



z = 0.2 +j 0.5
z = 0.16
|Γ|
z = 6.25
ROS ≅ 6.3
|Γ| = 0.726
CENTRO

Otteniamo facilmente il modulo del coefficiente di riflessione (frazione numerica del raggio unitario del cerchio) e anche l’argomento…. cercando bene.
Molte Carte di Smith, tra le tante scale che possono riportare, hanno anche l’ *Angle of Reflection Coefficient in Degrees .*

Nel nostro esempio, tracciando una semiretta dal centro per il punto $z = 0.2 +j\, 0.5$ si incontra la scala esterna *Angle of Reflection Coefficient in Degrees* al valore 125.
Questo è l’argomento in gradi del coefficiente di riflessione.



125
ANGLE OF REFLECTION COEFFICIENT IN DEGREES
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo), OR CAPACITIVE SUSCEPTANCE (+jB/Yo)
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/Zo), OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE (-jB/Yo)
ANGLE OF REFLECTION COEFFICIENT IN DEGREES
ANGLE OF TRANSMISSION COEFFICIENT IN DEGREES

Il coefficiente di riflessione è definito come:

$$\Gamma = |\Gamma| \, e^{i\theta} = |\Gamma| \, (\cos\theta + i \sin\theta)$$

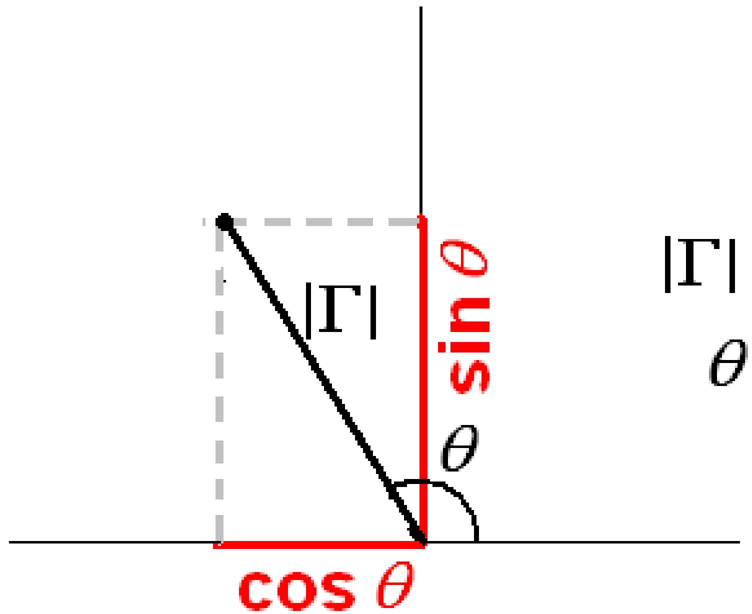
Nel nostro caso:

$$\Gamma = 0.726 \; e^{i\,125}$$

Il coefficiente di riflessione ha modulo 0.726 ed argomento θ = 125 gradi ed identifica pienamente la grandezza complessa impedenza.

$\sin\theta = 0.82$

$\cos\theta = -0.57$



$|\Gamma| = 0.726$

$\theta = 125°$

$$\Gamma = 0.726\ (-0.57 + j\,0.82) = -0.414 + j\,0.595$$

ESERCIZIO 2 **IMPEDENZA DI INGRESSO**

Trovare l'impedenza di ingresso di una linea di impedenza caratteristica Zo = 50 Ω, lunga 60 cm (lunghezza elettrica), alla frequenza f = 150 MHz terminata con un carico Z_L= 50 +j 50 Ω.

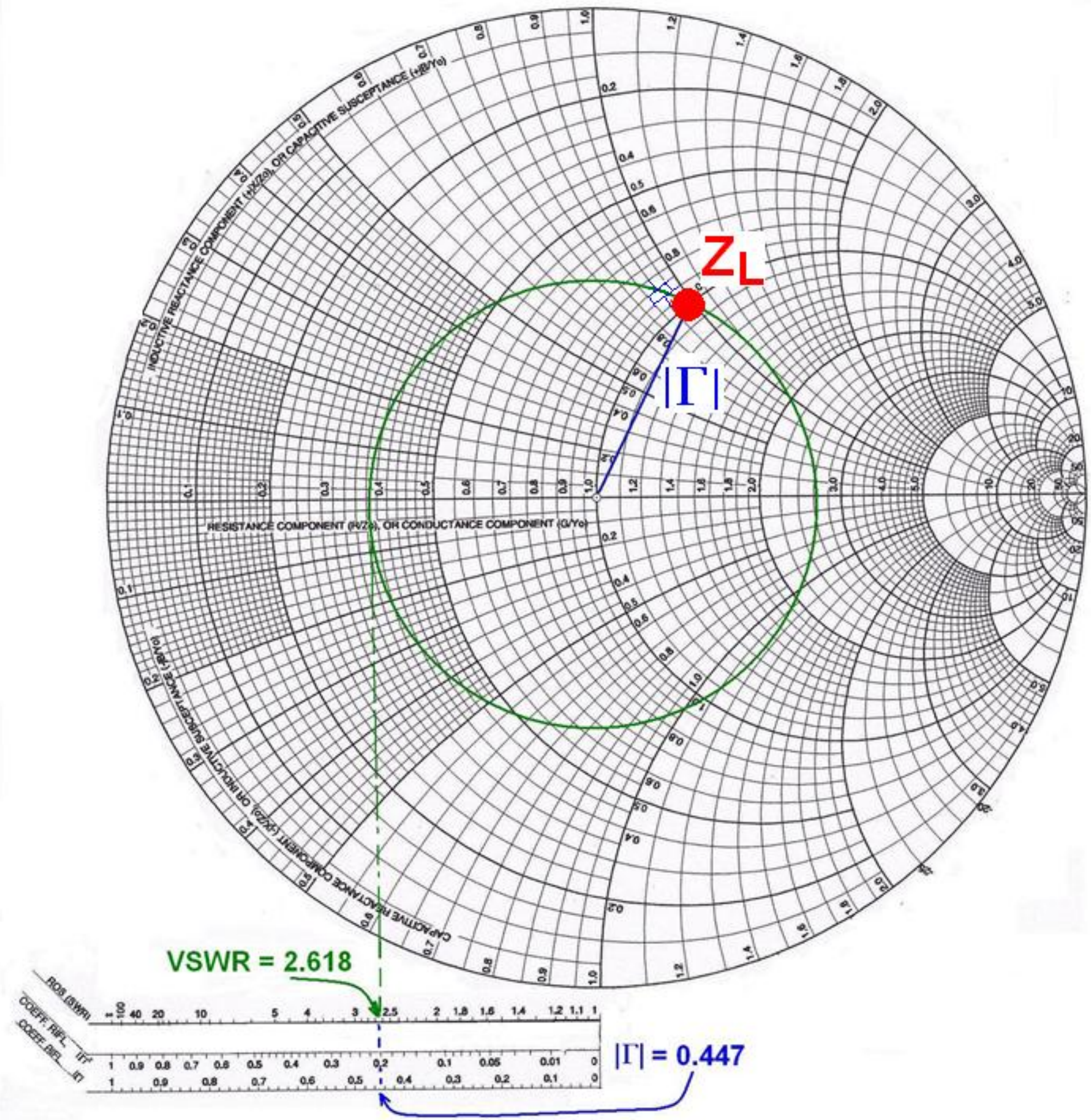
- -

Impedenza normalizzazione: 50 Ω

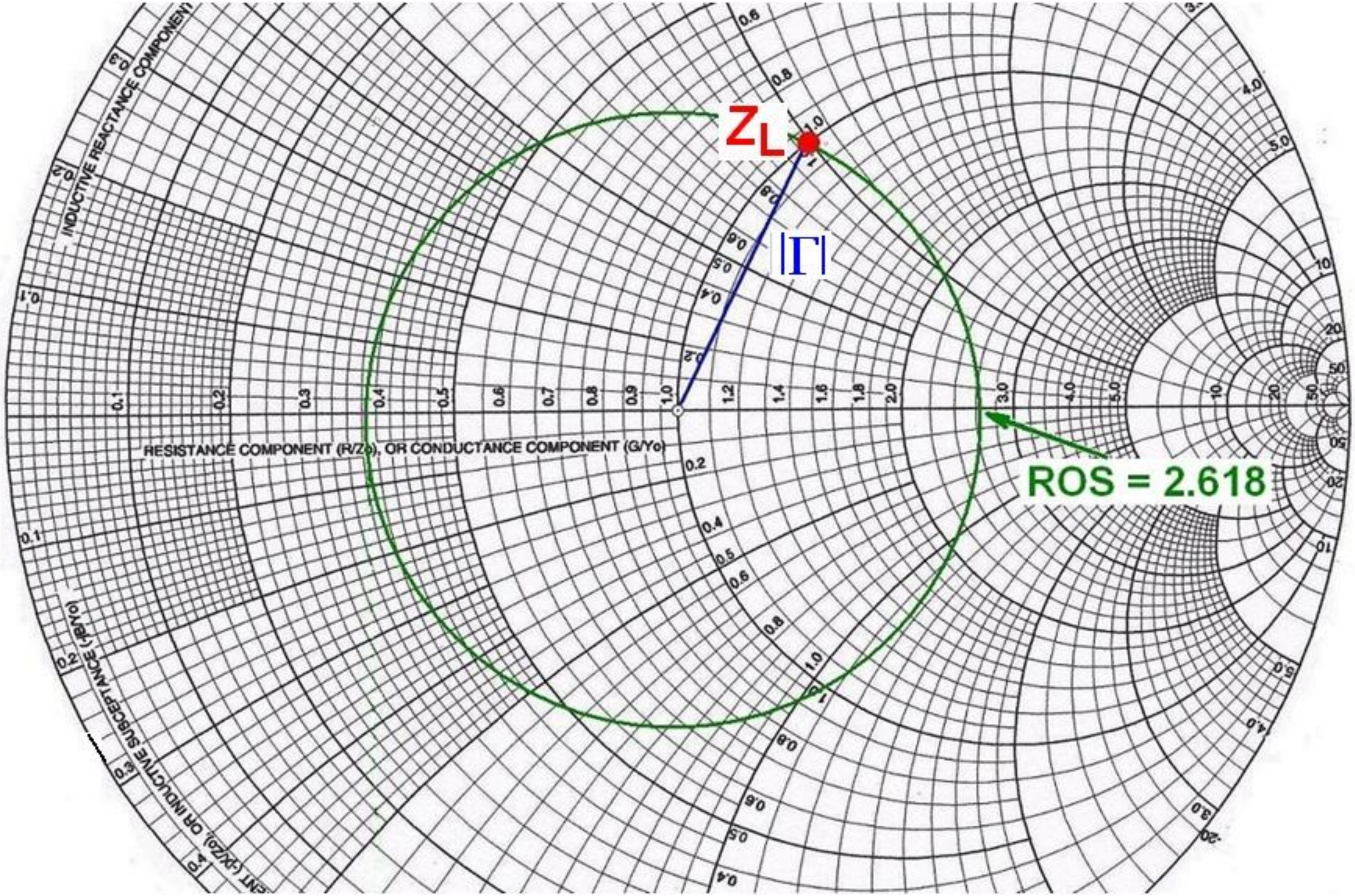
Impedenza carico normalizzata:

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_o} = \frac{50+j50}{50} = 1+j\,1$$

Trovare sulla Carta il punto z_L e tracciare la circonferenza di $|\Gamma|$ costante, ovvero del ROS.



Z_L
$|\Gamma|$
VSWR = 2.618
$|\Gamma|$ = 0.447
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo), OR CAPACITIVE SUSCEPTANCE (+jB/Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/Zo), OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE (-jB/Yo)
ROS (SWR)
COEFF. RIFL.
COEFF. RIFL.



Il valore del ROS è osservabile anche sull’asse reale da 1 ad ∞

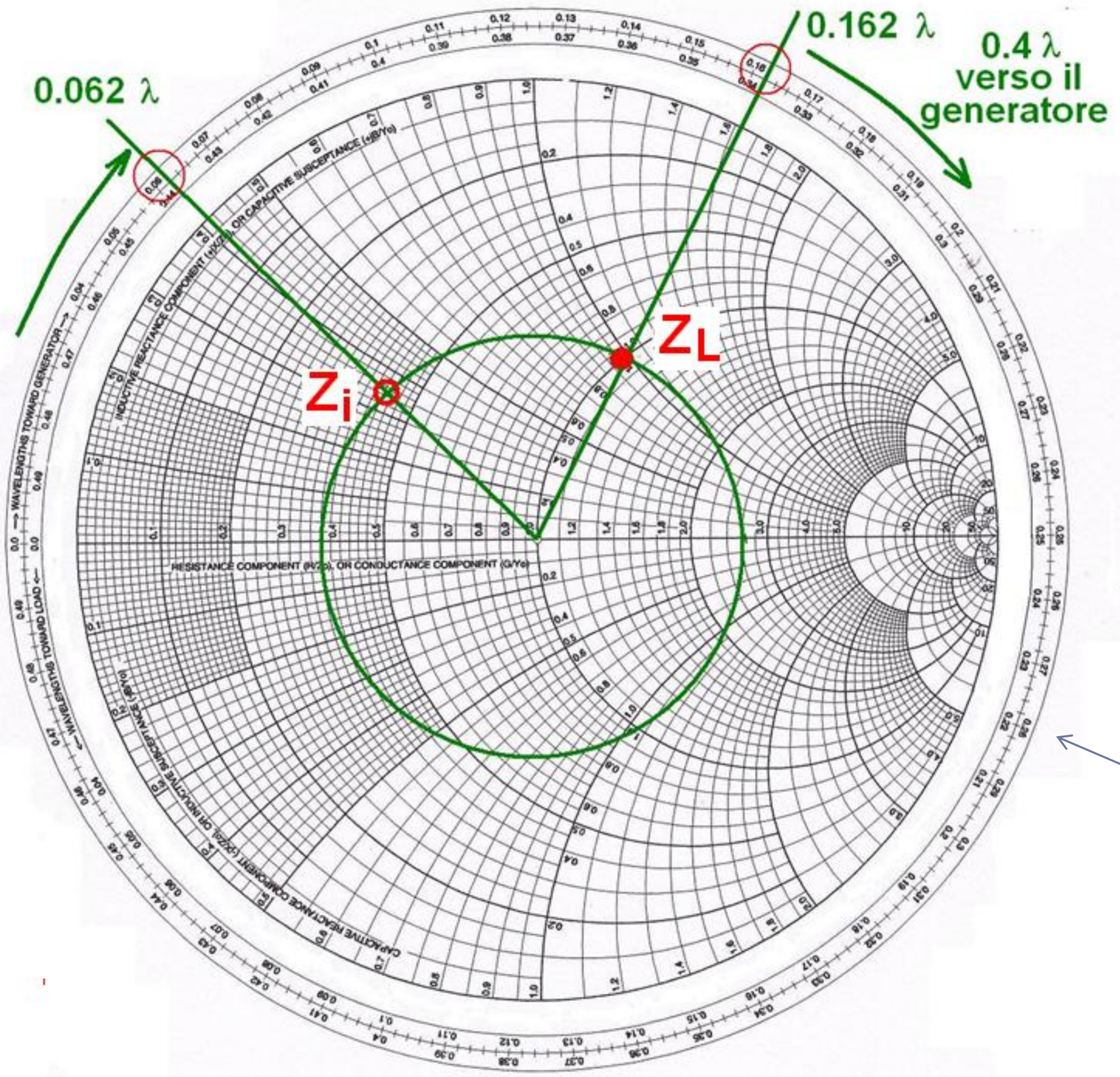
La lunghezza elettrica della linea (60 cm) espressa in lunghezze d'onda diviene:

$$l = \frac{60}{150} = 0.4 \ \lambda$$

con

$$\lambda = 300/f = 1.50 \ \text{m}$$

Occorre spostarci sulla carta di 0.4 λ verso il generatore (senso orario) , mantenendo il $|\Gamma|$ costante.
Un giro completo sulla scala esterna corrisponde a 0.5 λ.

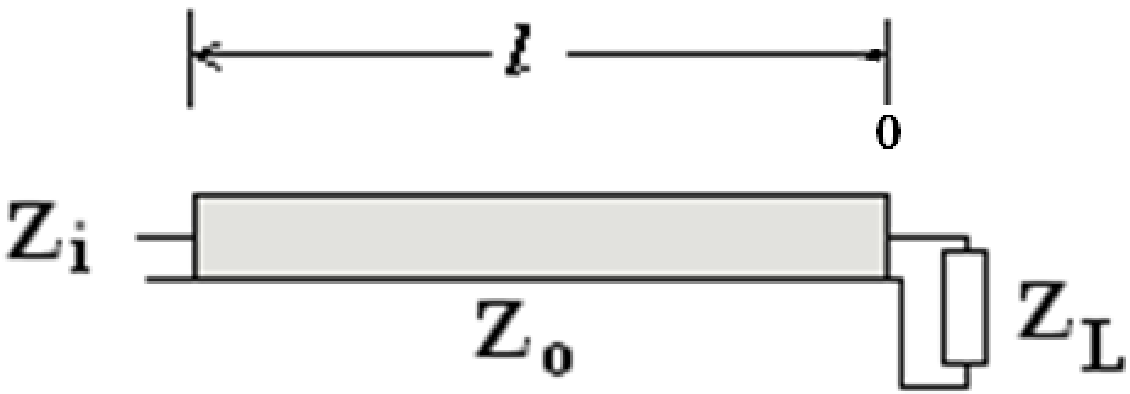


Scala delle lunghezze d’onda

Lo spostamento di 0.4 λ porta a leggere sulla scala delle lunghezze d'onda 0.062 λ. L'impedenza d'ingresso normalizzata z_i è il valore che si legge sul punto della circonferenza a $|\Gamma|$ costante (ROS = 2.618) che intercetta la semiretta 0.062 λ appena trovata.

Si trova: $z_i = 0.43 + j\,0.34$

pari a : $Z_i = 21.5 + j\,17.0\ \Omega$



Esempio 2 bis -
VARIAZIONE DEL COEFFICIENTE DI RIFLESSIONE LUNGO LA LINEA

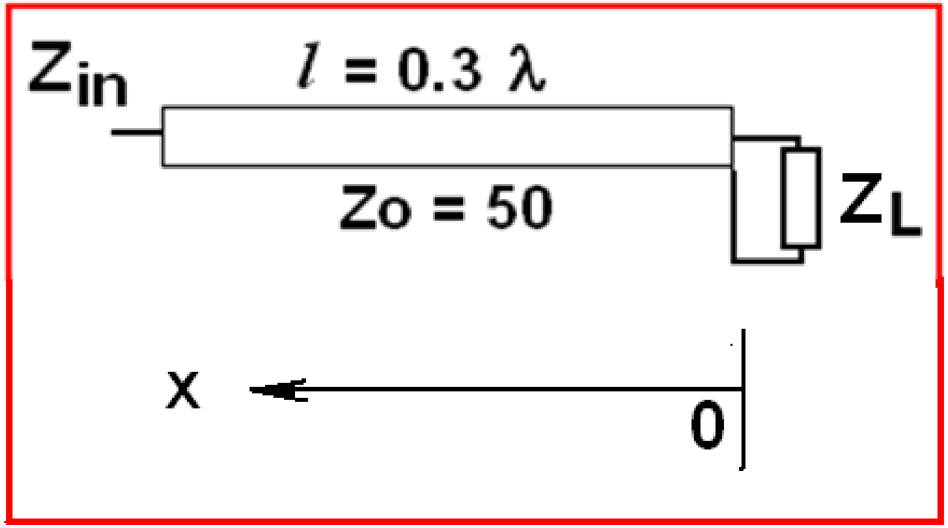
Una linea lunga $l = 0.3\,\lambda$ e $Zo = 50\ \Omega$ è terminata con un carico $ZL = 50 + j\,100\ \Omega$.

Qual è il coefficiente di riflessione al carico ed all'ingresso della linea ?

Normalizzazione impedenze:

$z_o = 1$

$z_L = ZL/50 = 1+j\,2$



Coefficiente di riflessione al carico:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_O}{Z_L + Z_O} = 0.5 + j\,0.5 = 0.707\ e^{j\frac{\pi}{4}}$$

Coefficiente di riflessione lungo la linea (a distanza x dal carico):

$$\Gamma_x = \Gamma_L \cdot e^{-j2\pi x}$$

Il modulo rimane costante lungo la linea e, in questo caso, vale:

$$\left|\Gamma_x\right| = \left|\Gamma_L\right| = 0.707$$

Coefficiente di riflessione all'ingresso della linea (x = *l* = 0.3 λ)

$$\Gamma_l = \Gamma_L \cdot e^{-j2\pi l} = 0.707\ e^{j\frac{\pi}{4}} \cdot e^{-j2\pi 0.3}$$

$$= 0.707\ e^{\left(j\frac{\pi}{4} - j2\pi 0.3\right)} = 0.707\ e^{-j2.985} = 0.707\ e^{-j\,0.95\,\pi}$$

$$= -0.70 - j\,0.11$$

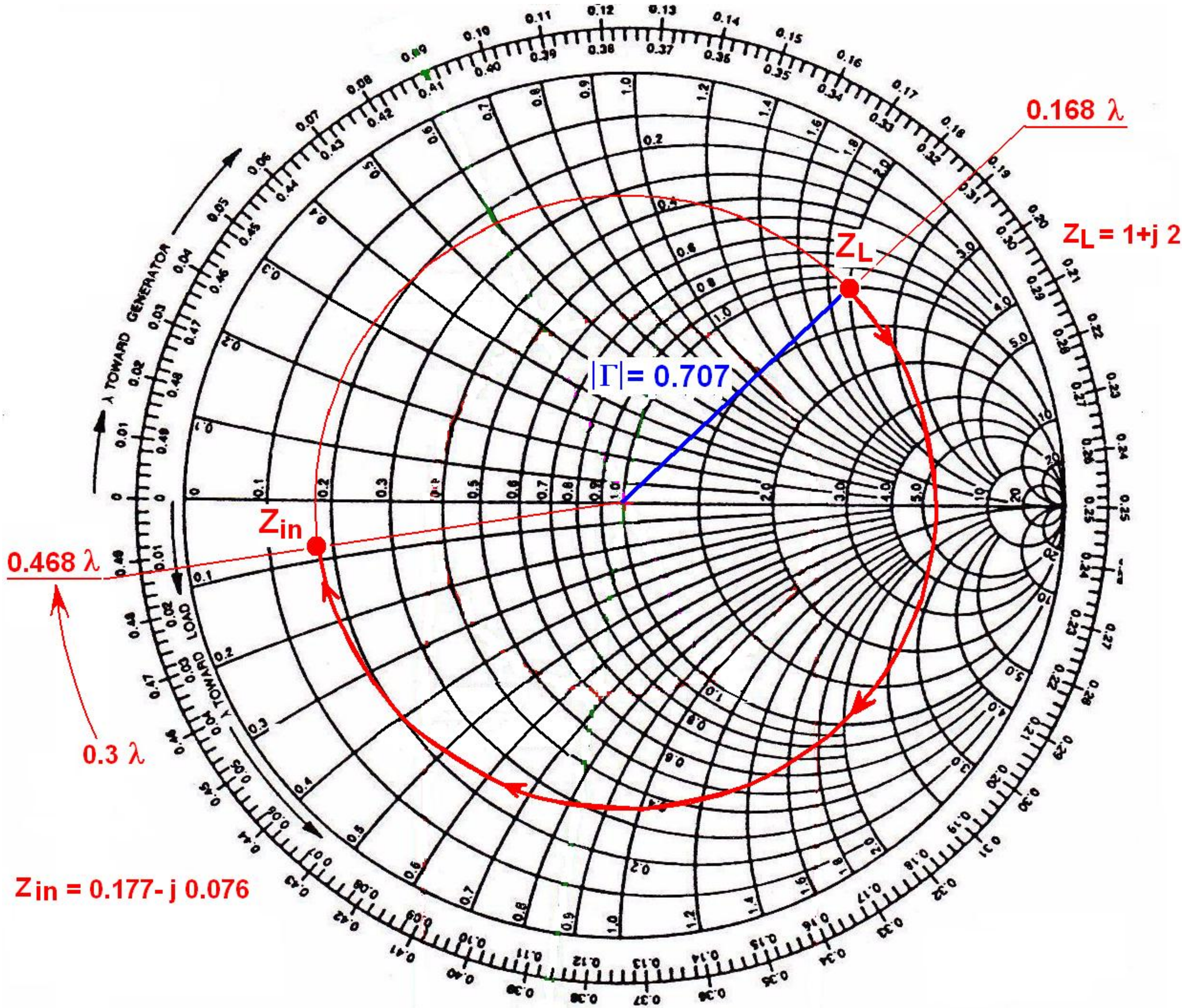
Impedenza di ingresso z_{in} :

$$z_{in} = \frac{1 + \Gamma_{in}}{1 - \Gamma_{in}} = 0.177 - j\,0.076$$

che, denormalizzata, diviene:

$$Z_{in} = z_{in} \cdot 50 = 8.88 - j\,3.81 \quad \Omega$$

Usando la Carta di Smith ed evitando le operazioni con i numeri complessi si ottiene lo stesso risultato.
Da z_L , spostandosi in senso orario (verso il generatore) per 0.3 λ sulla circonferenza Γ = costante , si trova la impedenza d’ingresso z_{in} .



0.168 λ
Z_L = 1+j 2
Z_L
|Γ|= 0.707
Z_{in}
0.468 λ
0.3 λ
λ TOWARD GENERATOR
λ TOWARD LOAD
Z_{in} = 0.177- j 0.076

ESERCIZIO 3 IMPEDENZA DEL CARICO

Un cavetto di impedenza caratteristica Zo = 50 Ω , di lunghezza elettrica l = 120 cm , alimenta un'antenna di impedenza sconosciuta Z_L.
All'ingresso del cavetto si misurano: Z_i = 30+j 50 Ω .
Qual è l'impedenza dell'antenna?

La lunghezza elettrica del cavetto, espressa in lunghezze d'onda, diviene:

$$l_\lambda = \frac{l}{\lambda_0} = \frac{120}{200} = 0.6\ \lambda$$

con:

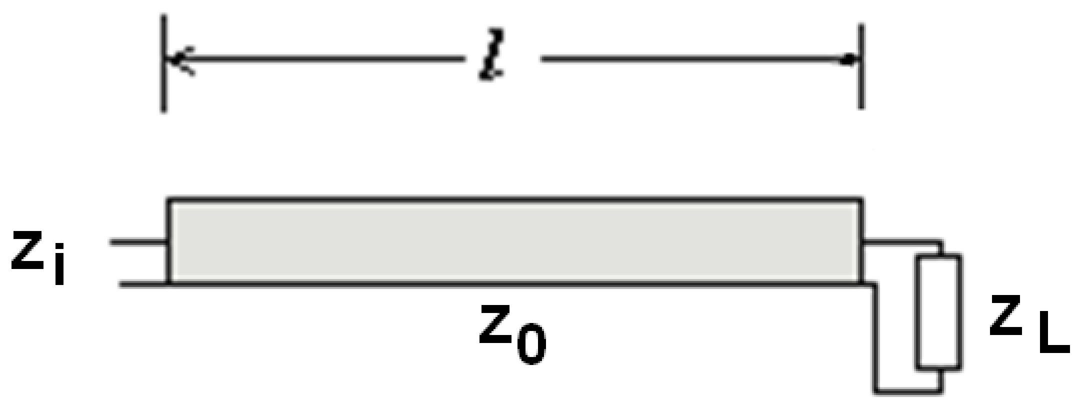
$$\lambda_0 = \frac{300}{f} = \frac{300}{150} = 2\ \mathrm{m}$$

L’impedenza d’ingresso normalizzata a 50 Ω diviene:

$$z_i = \frac{Z_i}{50} = \frac{30 + j\,50}{50} = 0.6 + j\,1$$

e viene riportato sulla Carta di Smith.

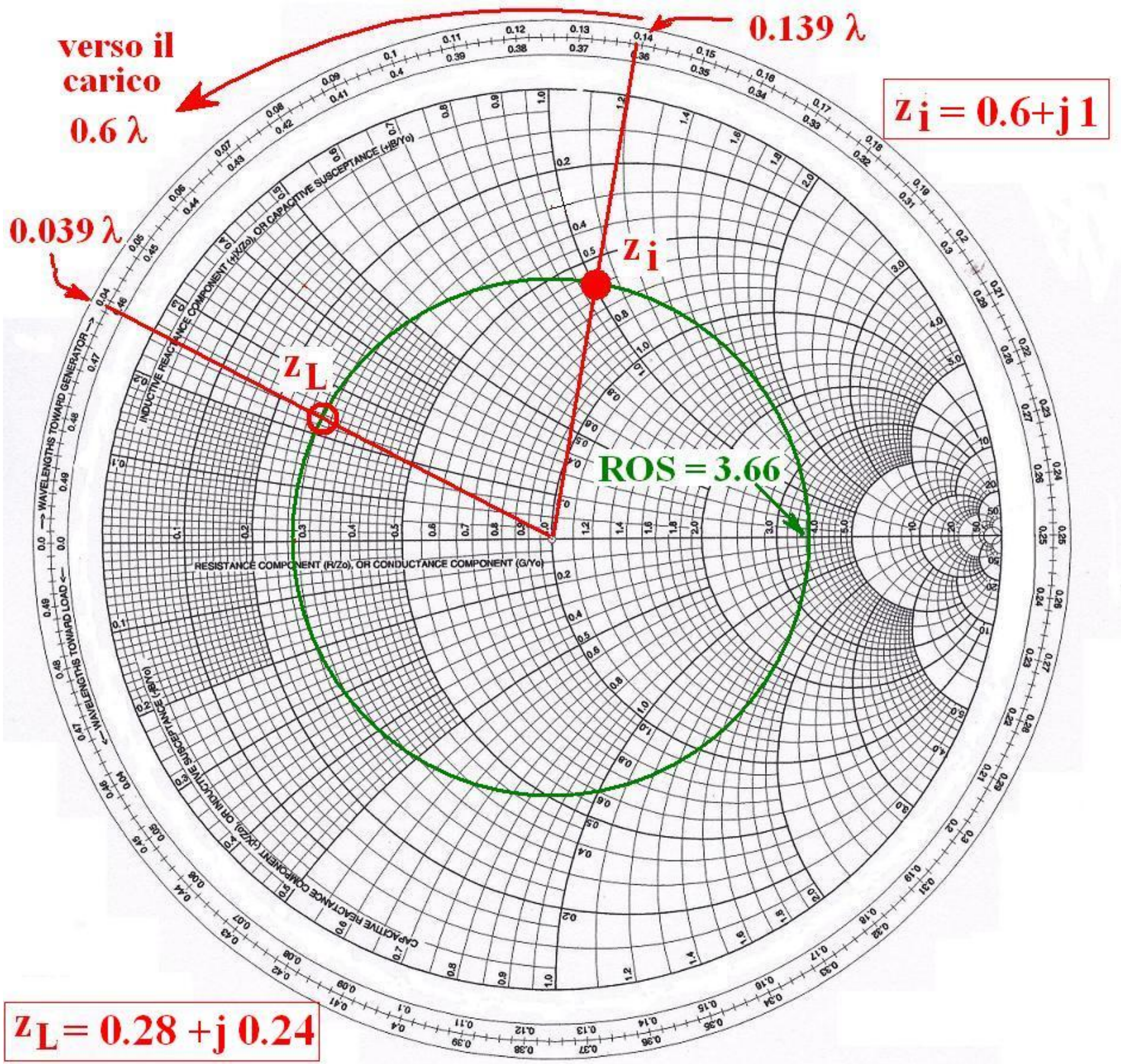
A questo valore z_i corrisponde un ROS = 3.66



Dal centro della Carta si traccia la semiretta per il punto z_i che incontra la scala esterna delle lunghezze d’onda al valore 0.139 λ.

Da questo valore occorre ora spostarci verso il carico (senso antiorario) per 0.6 λ (lunghezza elettrica del cavo espressa in lunghezze d’onda).

Un “giro” completo della Carta di Smith è pari a 0.5 λ. Quindi, sulla Carta, è sufficiente spostarsi di 0.1 λ. La semiretta incontra ora la scala delle lunghezze d’onda per 0.039 λ.



verso il carico
0.6 λ
0.139 λ
z i = 0.6+j 1
0.039 λ
z i
z L
ROS = 3.66
z L = 0.28 +j 0.24
WAVELENGTHS TOWARD GENERATOR
WAVELENGTHS TOWARD LOAD
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo), OR CAPACITIVE SUSCEPTANCE (+jB/Yo)
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/Zo), OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE (-jB/Yo)

L’impedenza del carico (antenna) normalizzata z_L è il valore che si legge nel punto della circonferenza di ROS costante (ROS = 3.66) che incontra la semiretta 0.039 appena trovata.

Il valore normalizzato è: $z_L = 0.28 + j\,0.24$.

a cui corrisponde l’impedenza d’antenna: $Z_L = 14 + j\,12$

da confrontarsi con il valore calcolato analiticamente:

$$Z_L = Z_0 \cdot \frac{Z_i - j \cdot Z_0 \cdot \tan(\beta \cdot l)}{Z_0 - j \cdot Z_i \cdot \tan(\beta \cdot l)} = 14.657 + j\,12.95$$

ESERCIZIO 4 LUNGHEZZA DELLA LINEA

Un cavo coassiale di impedenza caratteristica Zo = 50 Ω è collegato ad un’antenna in risonanza a f = 30 MHz (λo = 10 m). L’impedenza all’ingresso del cavo è $Z_i = 26.92 - j\,11.84\ \Omega$.

Valutare i possibili valori della lunghezza del cavo e sui valori possibili per l’impedenza del carico (antenna).

Essendo in risonanza, l’impedenza dell’antenna è puramente resistiva.

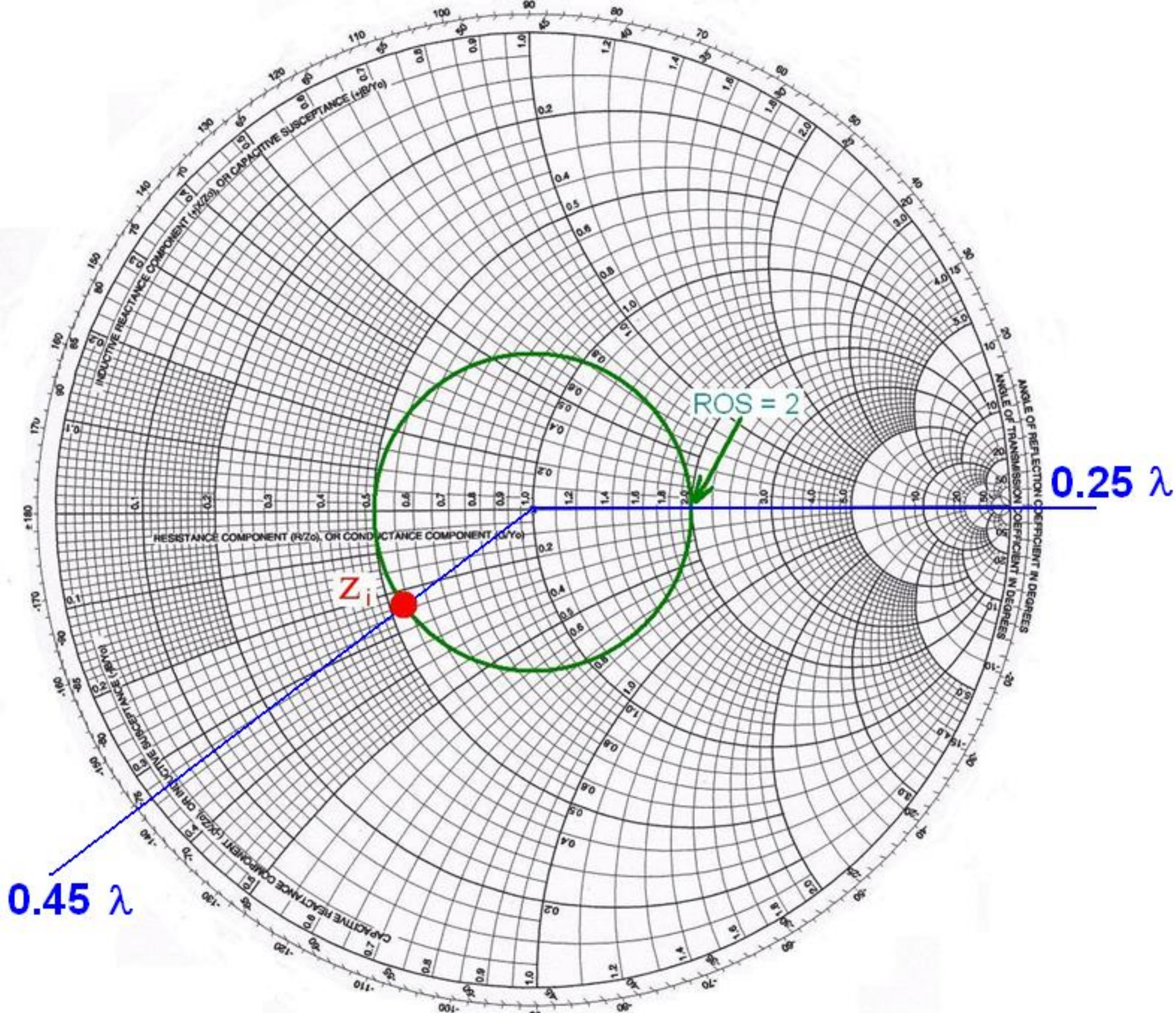
Si suppone che il cavo abbia attenuazione trascurabile.

Normalizzando l'impedenza di ingresso si ottiene:

$$z_i = \frac{26.92 - j\,11.84}{50} = 0.538 - j\,0.237$$

e si riporta il punto corrispondente sulla Carta di Smith.

Per il punto Z_i passa la circonferenza di ROS = 2.



ROS = 2
0.25 λ
0.45 λ
Z i
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo), OR CAPACITIVE SUSCEPTANCE (+jB/Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/Zo), OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE (-jB/Yo)
ANGLE OF REFLECTION COEFFICIENT IN DEGREES
ANGLE OF TRANSMISSION COEFFICIENT IN DEGREES

Con ROS = 2, l'impedenza normalizzata del carico (antenna) può essere $z_L = 2$ oppure $z_L = 0.5$ (indicate con z_{L1} e z_{L2}), ovvero l'impedenza ai morsetti dell'antenna è Z_L=100 Ω oppure Z_L=25 Ω.

Se z_L= 2 , allora la <u>lunghezza elettrica</u> del cavo è:

$$l_e = (0.45 - 0.25)\,\lambda + n\,\frac{\lambda}{2}$$

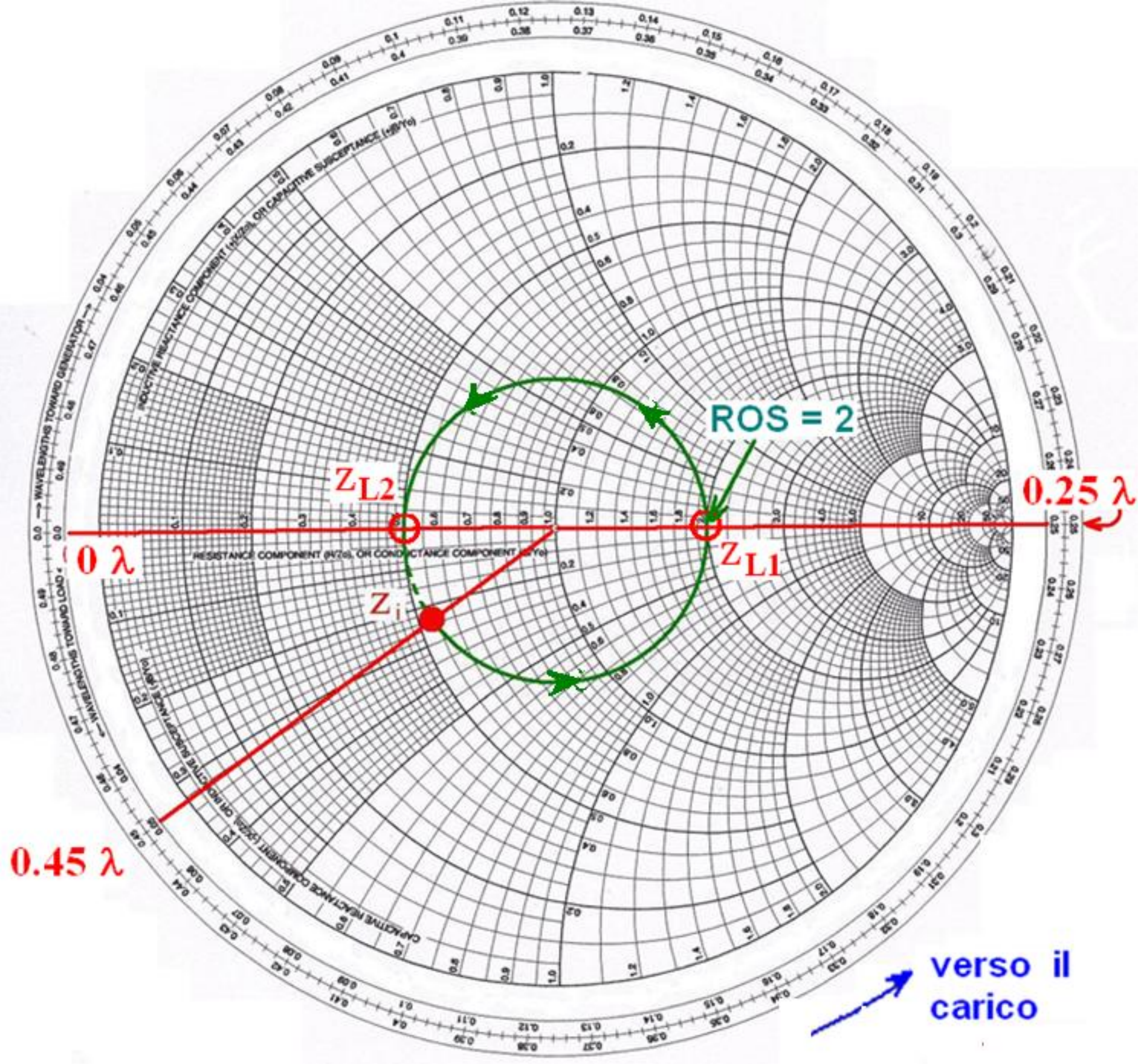
$$= 0.20\,\lambda + n\,\frac{\lambda}{2}$$

Se z_L = 0.5, allora occorre aggiungere un altro $\lambda/4$:

$$l_e = (0.45 - 0)\,\lambda + n\,\frac{\lambda}{2}$$

$$= 0.45\,\lambda + n\,\frac{\lambda}{2}$$

n = intero positivo



ROS = 2
Z L2
Z L1
Z i
0.25 λ
0 λ
0.45 λ
verso il carico

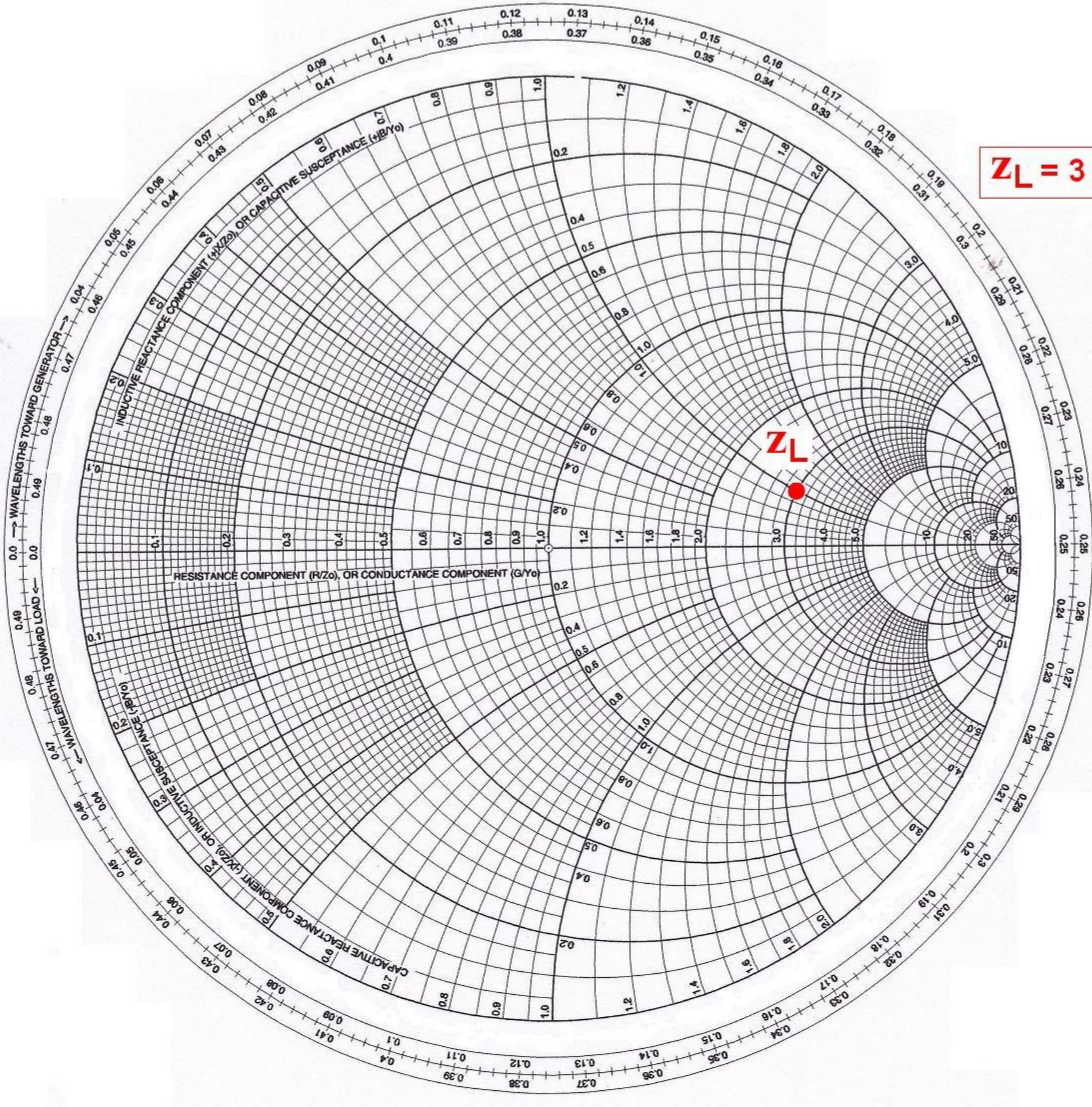
ESERCIZIO 5 ADATTATORE $\lambda/4$ SERIE

Una linea di trasmissione priva di perdite con impedenza caratteristica Zo = 50 Ω è chiusa su un carico di
$Z_L = 150 + j\,50\ \Omega$.
Determinare le condizioni di adattamento con uno spezzone di linea lambda/4 serie.

L'impedenza del carico normalizzata (50 Ω) diviene:

$$z_L = \frac{150 + j\,50}{50} = 3 + j\,1$$

e viene riportata sulla Carta di Smith come z_L.



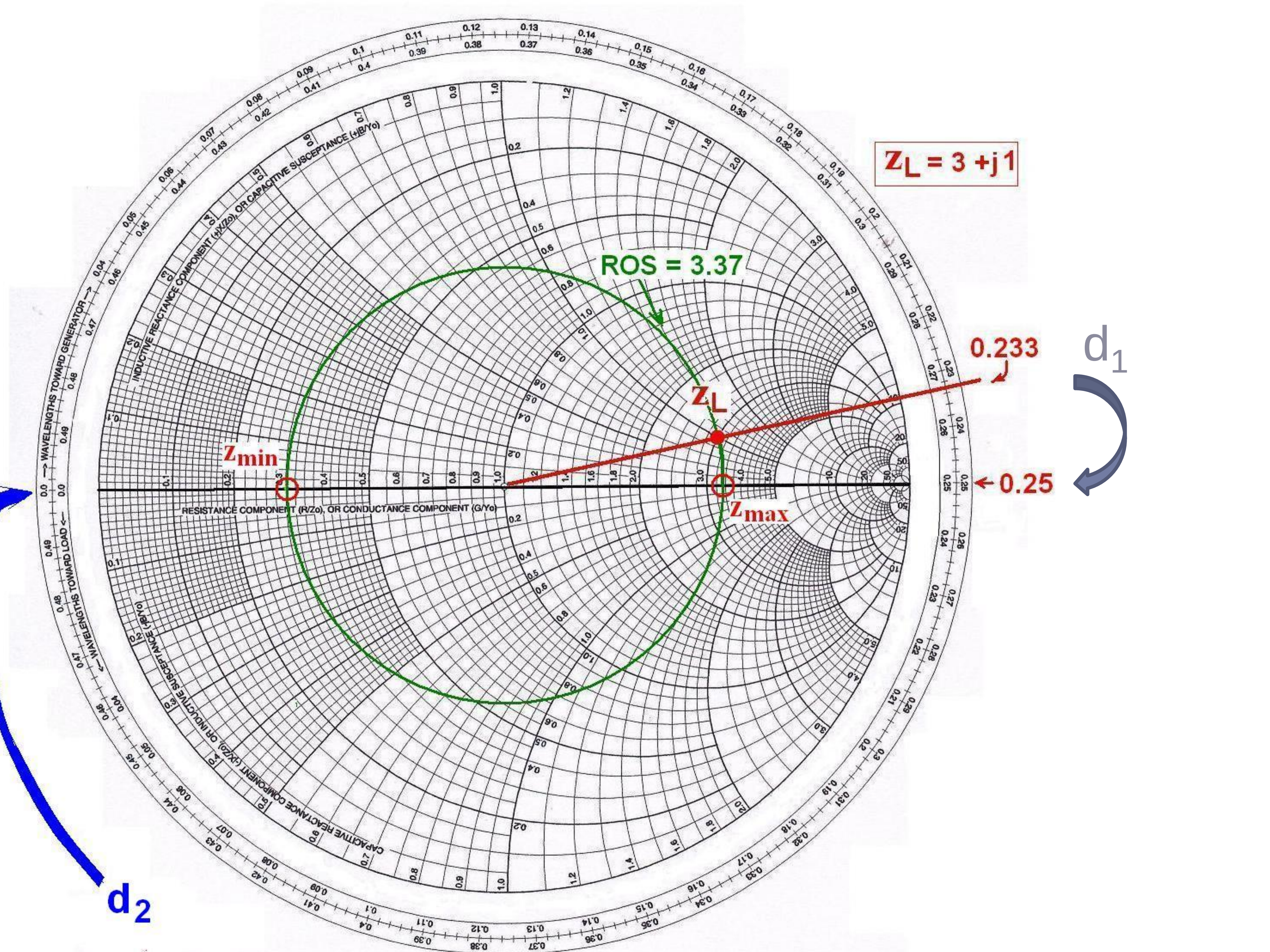
0.0 —> WAVELENGTHS TOWARD GENERATOR —>
<— WAVELENGTHS TOWARD LOAD <—
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo), OR CAPACITIVE SUSCEPTANCE (+jB/Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/Zo), OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE (-jB/Yo)
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
zL

$z_L = 3 + j1$

La linea lambda/4 può essere utilmente impiegata per trasformare valori di impedenza reali.

Occorre, quindi, trovare i punti di impedenza reale sulla circonferenza di ROS = costante.

I primi due punti di impedenza reale sono indicati con z_{max} e z_{min} e sono a distanza d_1 e d_2 dal carico.


ZL = 3 +j1
ROS = 3.37
0.233
d1
ZL
Zmin
Zmax
0.25
d2
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
WAVELENGTHS TOWARD GENERATOR
WAVELENGTHS TOWARD LOAD
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo), OR CAPACITIVE SUSCEPTANCE (+jB/Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/Zo), OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE (-jB/Yo)

Il primo punto, in questo caso z_{max}, si trova spostandoci da z_L sulla circonferenza ROS = costante = 3.37 , in senso orario (verso il generatore) sino ad incontrare l’asse reale. Si trova:

$$Z_{max} = 3.37$$

posto a distanza d_1 dal carico.

$$d_1 = (0.25 – 0,233)\ \lambda\ = 0.017\ \lambda$$

Il secondo punto, z_{min}, si trova spostandoci ulteriormente di $\lambda/4$, sempre su ROS = 3.37.

$$Z_{min} = 1/3.37 \quad = 0.297$$

a distanza d_2:

$$d_2 = (0.017 + 0.25)\ \lambda\ = 0.267\ \lambda$$

La linea con Zo = 50 Ω che alimenta il carico Z_L può , quindi, essere interrotta a distanza d_1 o d_2 dal carico. In questi punti l'impedenza è reale ed è, rispettivamente, z_{max} e z_{min}. Qui deve essere inserito uno spezzone di linea di lunghezza λ/4 e di impedenza caratteristica opportuna z_o. Si ha:

$$z_{max} : z_o = z_o : 1 \qquad z_o = \sqrt{z_{max} \cdot 1} = \sqrt{3.37} = 1.836$$

$$\Longrightarrow$$

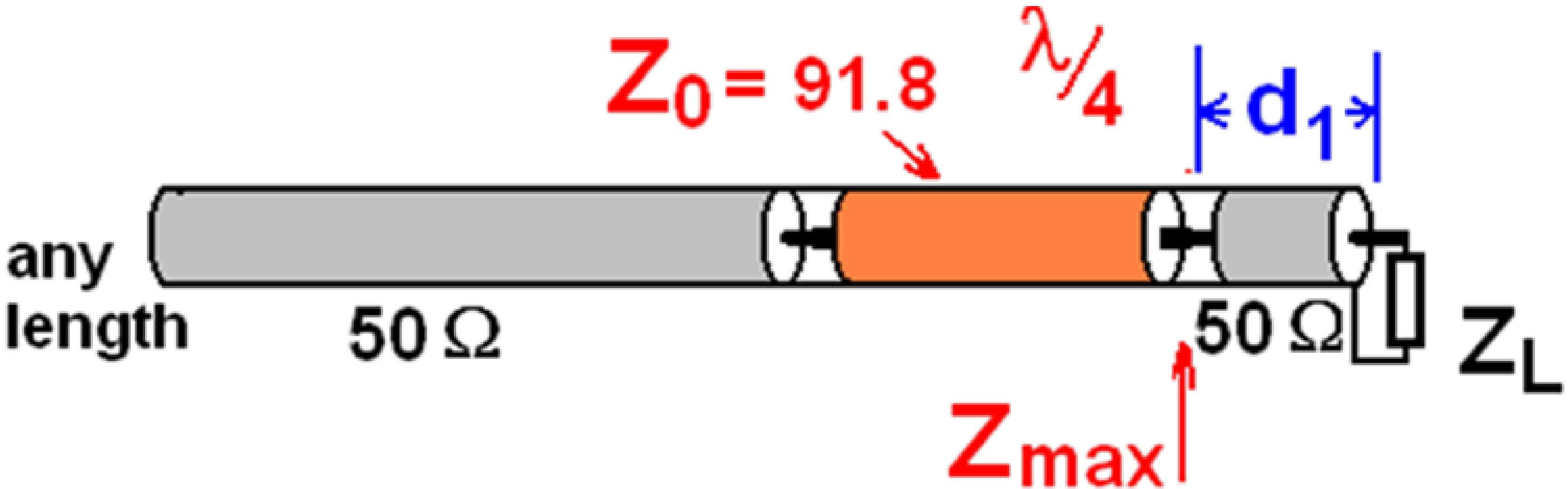
$$z_{min} : z_o = z_o : 1 \qquad z_o = \sqrt{z_{min} \cdot 1} = \sqrt{0.297} = 0.545$$

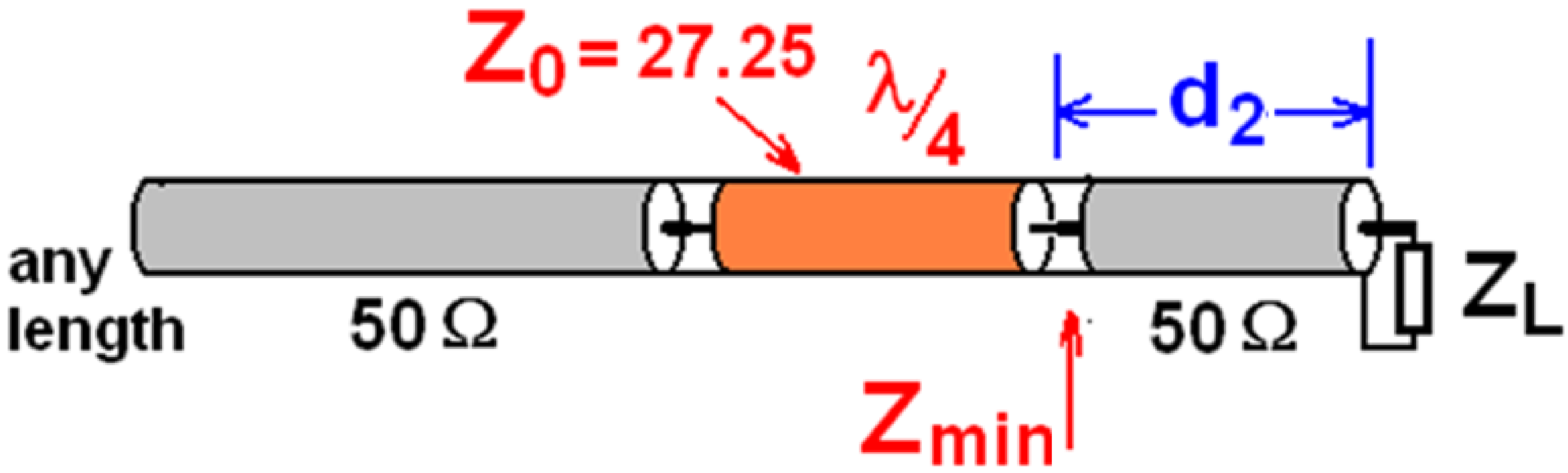
De-normalizzando, si ottiene, nei due casi:

$$Z_o = z_o \cdot 50 = 91.8\ \Omega$$

$$Z_o = z_o \cdot 50 = 27.25\ \Omega$$

Due possibilità di scelta, quindi:





ESERCIZIO 6 **STUB PARALLELO**

Sia una linea di Z_o=50 Ω terminata con Z_L= 18 - j 13.
Normalizzata a 50 Ω diviene: z_L= 0.36 - j 0.26 .
Trovare condizioni di adattamento per Zi = 50 Ω (zi = 1).
L'ammettenza normalizzata diviene: y = 1/z = 1.826 +j 1.318.
Il coefficiente di riflessione al carico è $|\Gamma|$ = 0.5 ed il ROS = 3.
Occorre trovare le condizioni per Zi = 50 Ω.

Partendo dal carico "LOAD" con y = 1.826 +j 1.318 sul circolo VSWR=3 , in senso orario, si trovano i punti di intersezione con la curva g = 1.

Il primo punto P che si incontra (in genere è quello che consente soluzioni migliori) ha coordinate (carta delle ammettenze):

$$y = 1 – j\ 1.15$$

Si legga sulla scala esterna lo spostamento sotteso, espresso in lambda, che è di :

$$(0.5-0.465) + (0.0833 - 0\ ) = 0.118\ \ \lambda$$

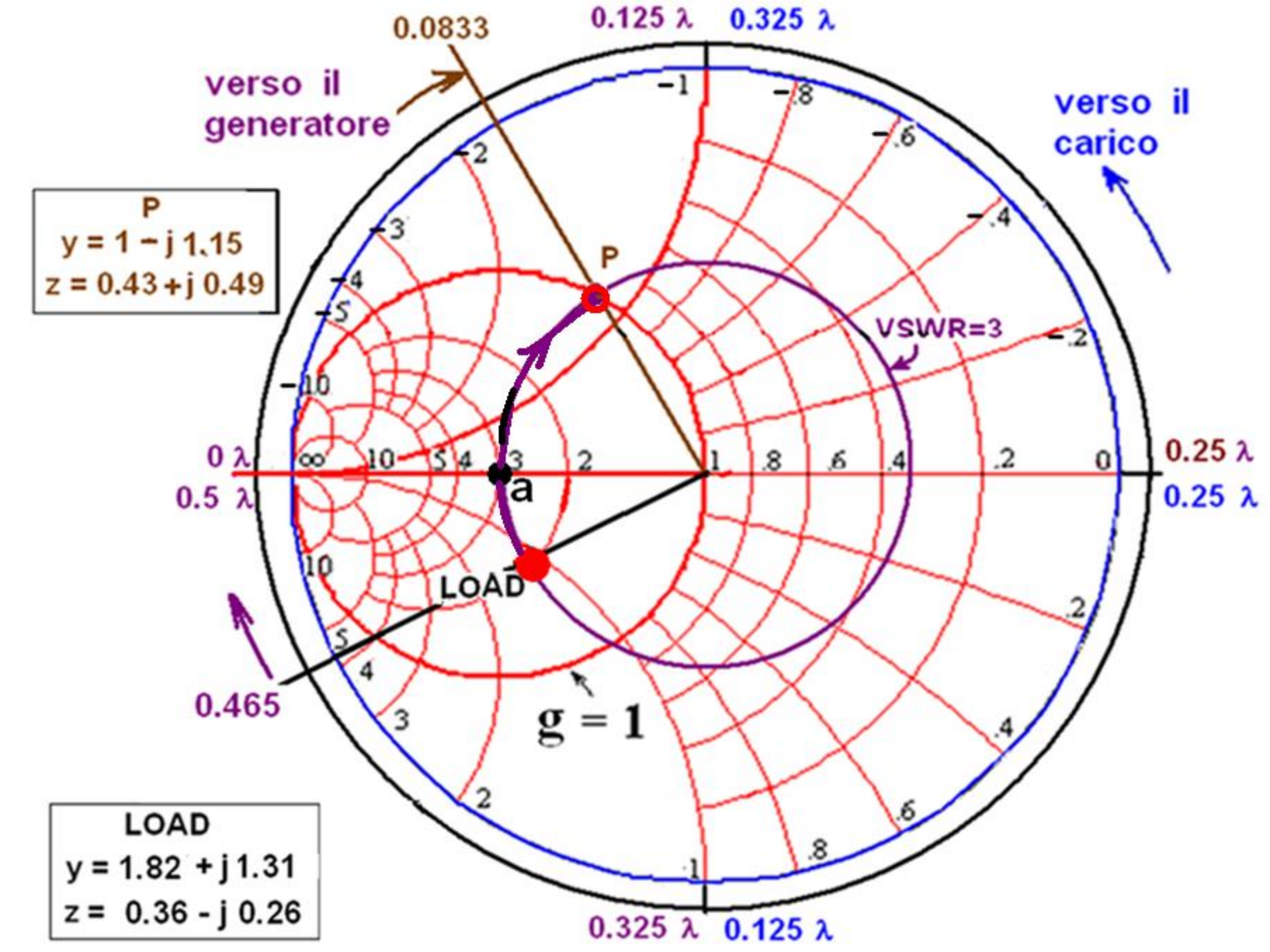
Questa è la distanza $\boldsymbol{l}$ (in λ) dal LOAD per arrivare al punto P dove g=1.

NOTA A MARGINE

La distanza a dal LOAD descrive il punto sulla linea dove l'impedenza di linea è reale è si ha il minimo (in questo esempio) della tensione sulla linea.
Sulla Carta di Smith : $a = 0.5-0.465 = 0.035\ \lambda$.
Dalla Carta si nota che il punto di intersezione dell'asse reale ha coordinate z = .3 , ovvero Z = 15 Ω.
Interrompendo la linea in quel punto, si può aggiungere uno spezzone lungo λ/4 in serie di impedenza

$$Z_0 = \sqrt{15 \cdot 50} = 27.4\ \Omega$$

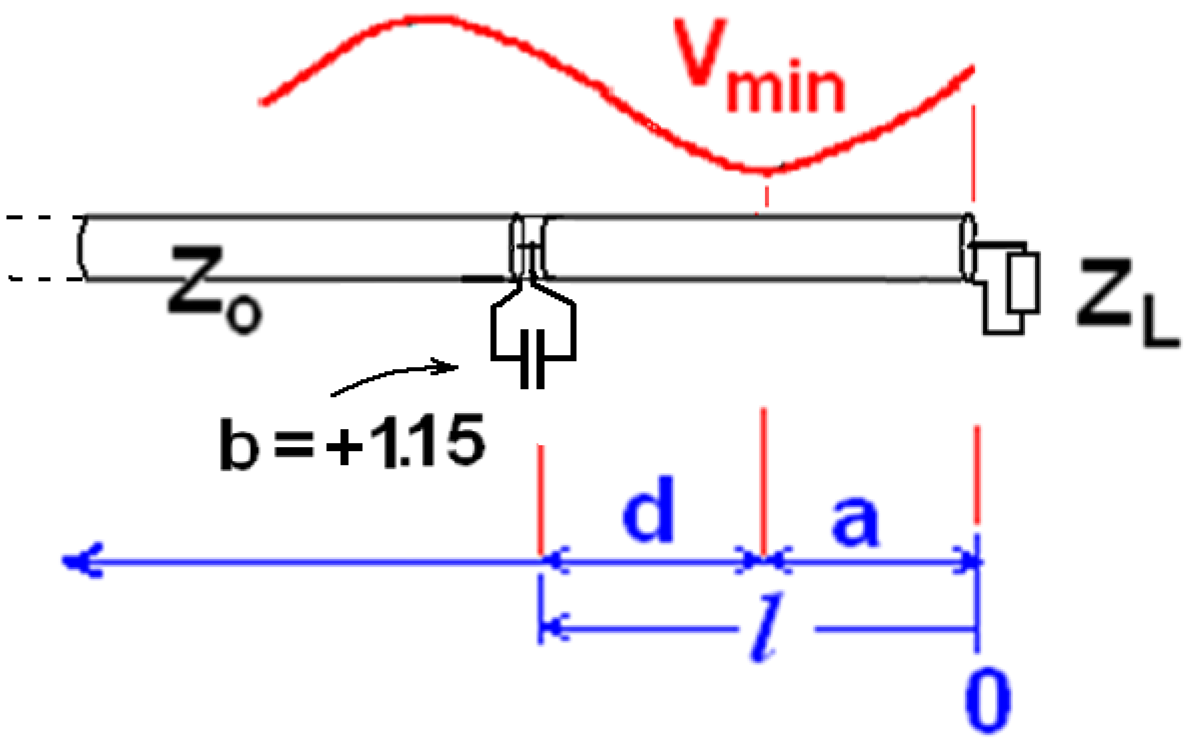
per raggiungere , all'altro estremo, la impedenza di ingresso di 50 Ω.



0.0833
0.125 λ
0.325 λ
verso il generatore
verso il carico
P
y = 1 − j 1.15
z = 0.43 + j 0.49
P
VSWR=3
0 λ
0.5 λ
0.25 λ
0.25 λ
a
LOAD
0.465
g = 1
LOAD
y = 1.82 + j 1.31
z = 0.36 - j 0.26
0.325 λ
0.125 λ

Riprendendo il discorso….
si osserva che nel punto P la suscettanza è b = -1.15 (induttiva, quindi).
Questa potrà essere neutralizzata con una suscettanza aggiunta in parallelo di segno contrario:

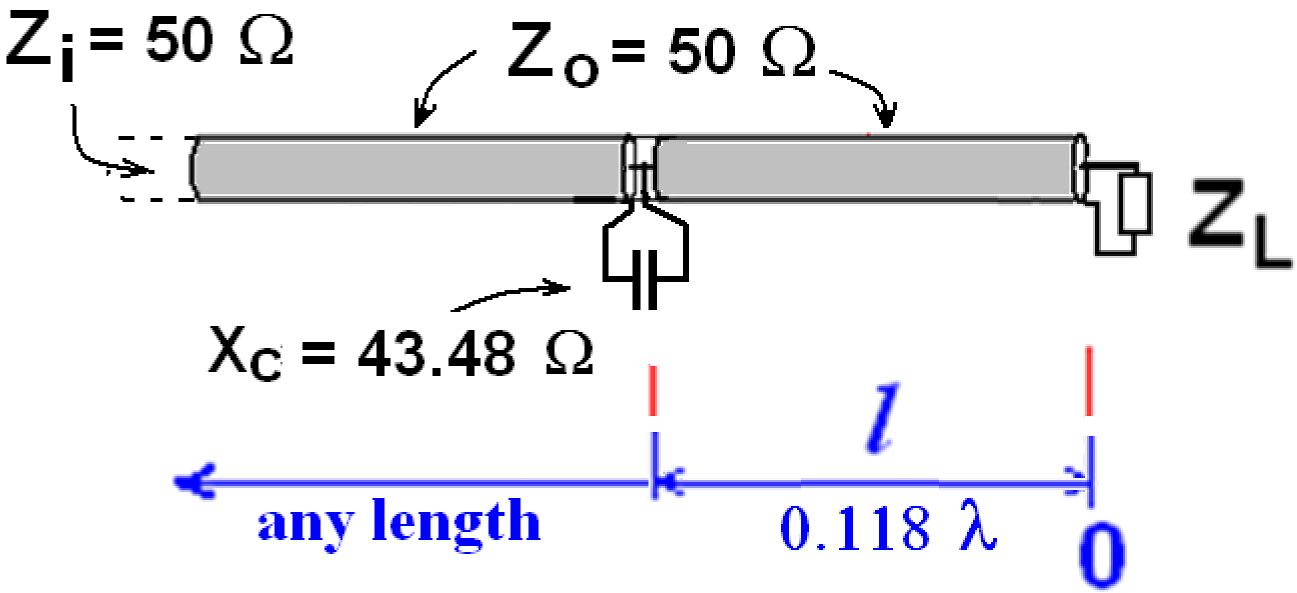
b = +1.15   (capacitiva, quindi)   (suscettanza normalizzata)



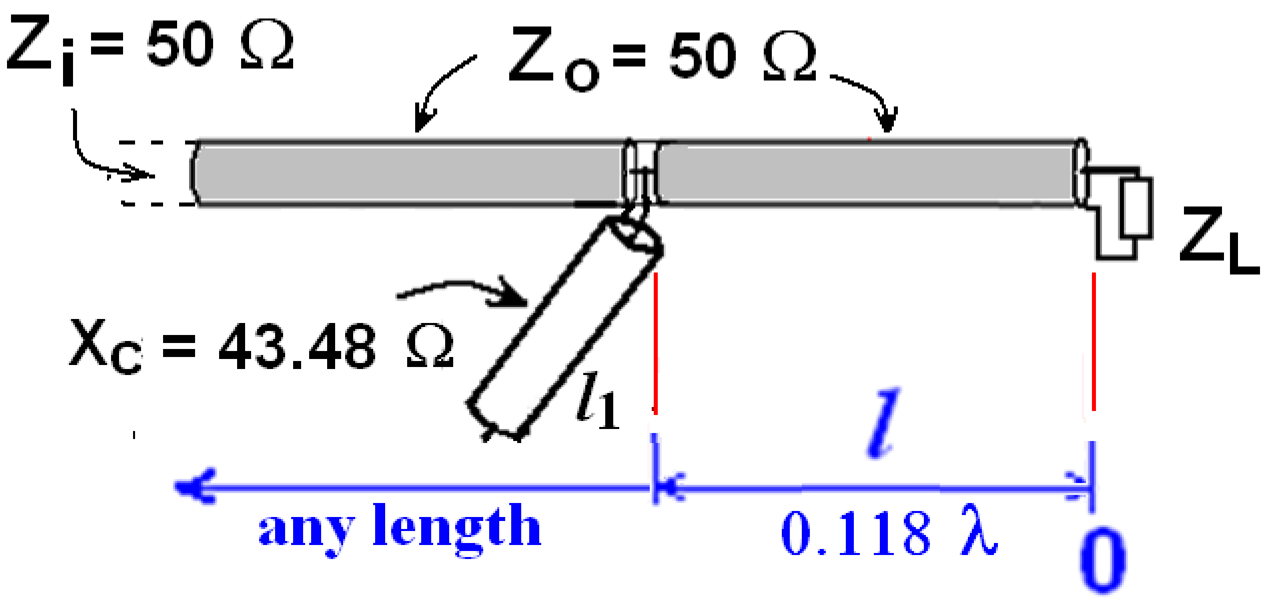
La suscettanza normalizzata b = 1.15 (capacitiva), una volta de-normalizzata, diviene: $B = b / 50 = 0.023$ mho.

Questa è ottenuta da un condensatore di reattanza :

$X_C = 1/B = 1 / 0.023 = 43.48\ \Omega$.



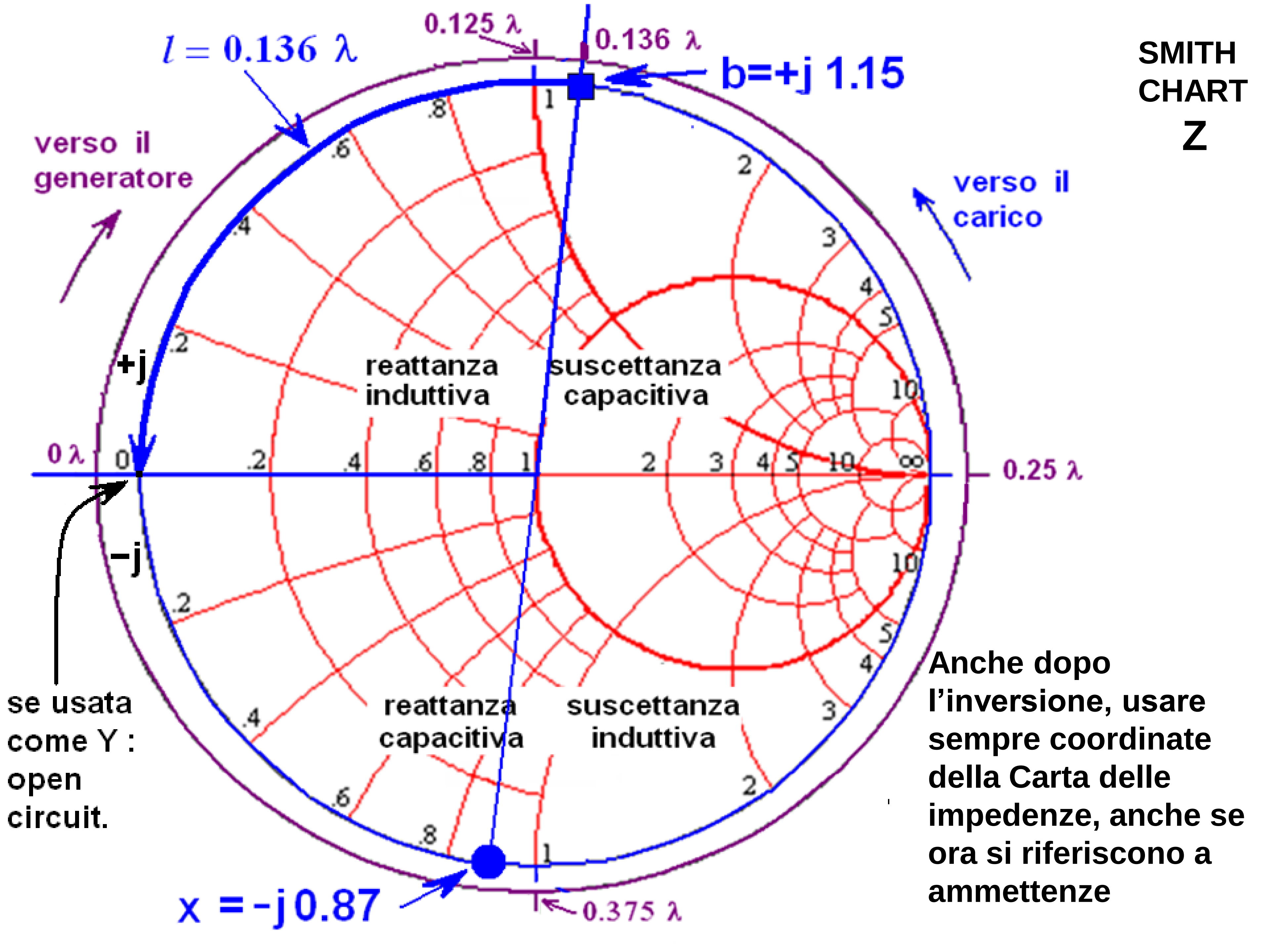
Al posto del condensatore di Xc = 43.48 Ω si può utilizzare uno spezzone di cavo lungo meno di 1/4 d'onda, aperto all'altra estremità (se in corto circuito si comporterebbe come una induttanza) di opportuna lunghezza l_1.

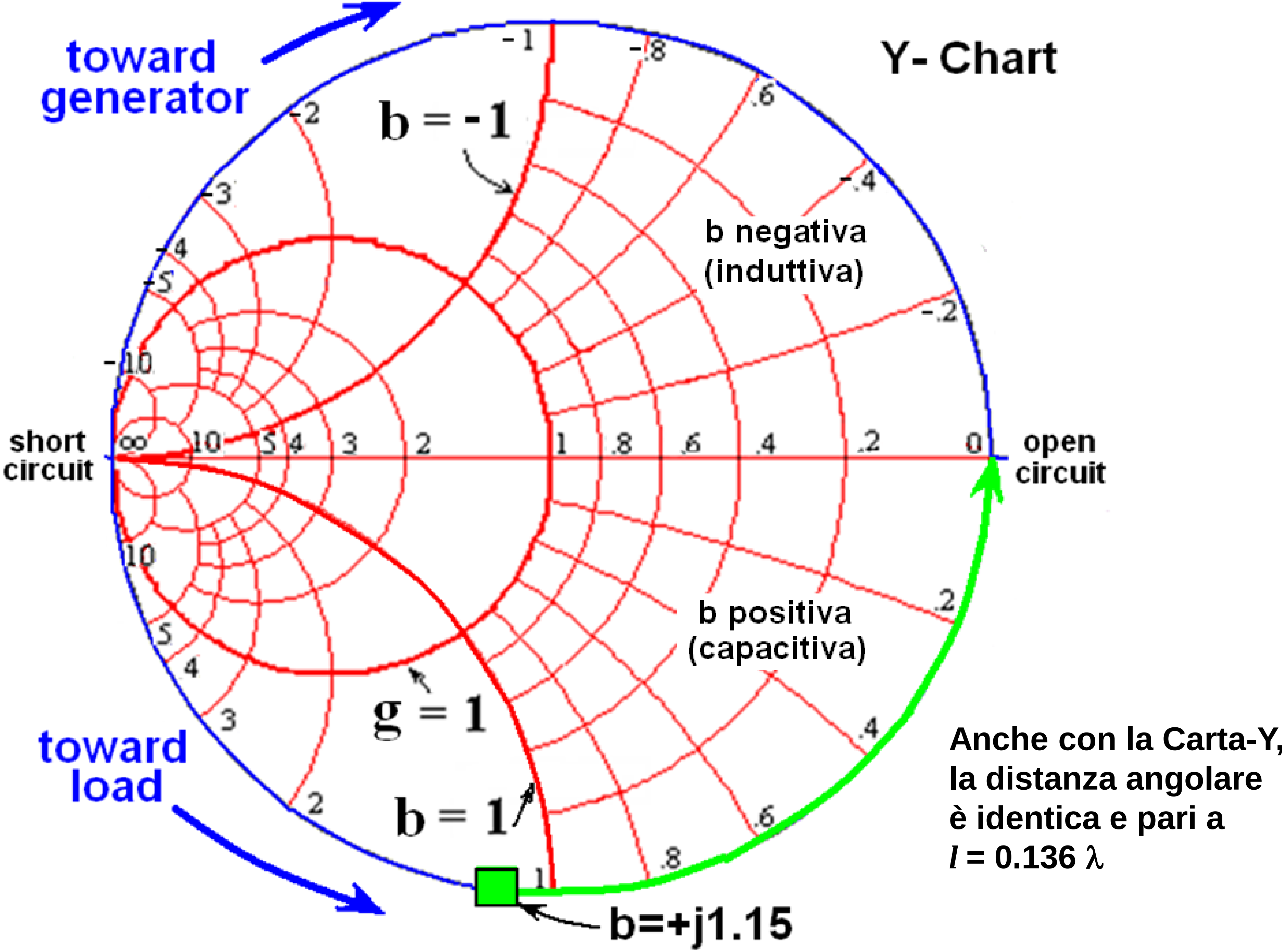


LUNGHEZZA l_1 DELLO STUB

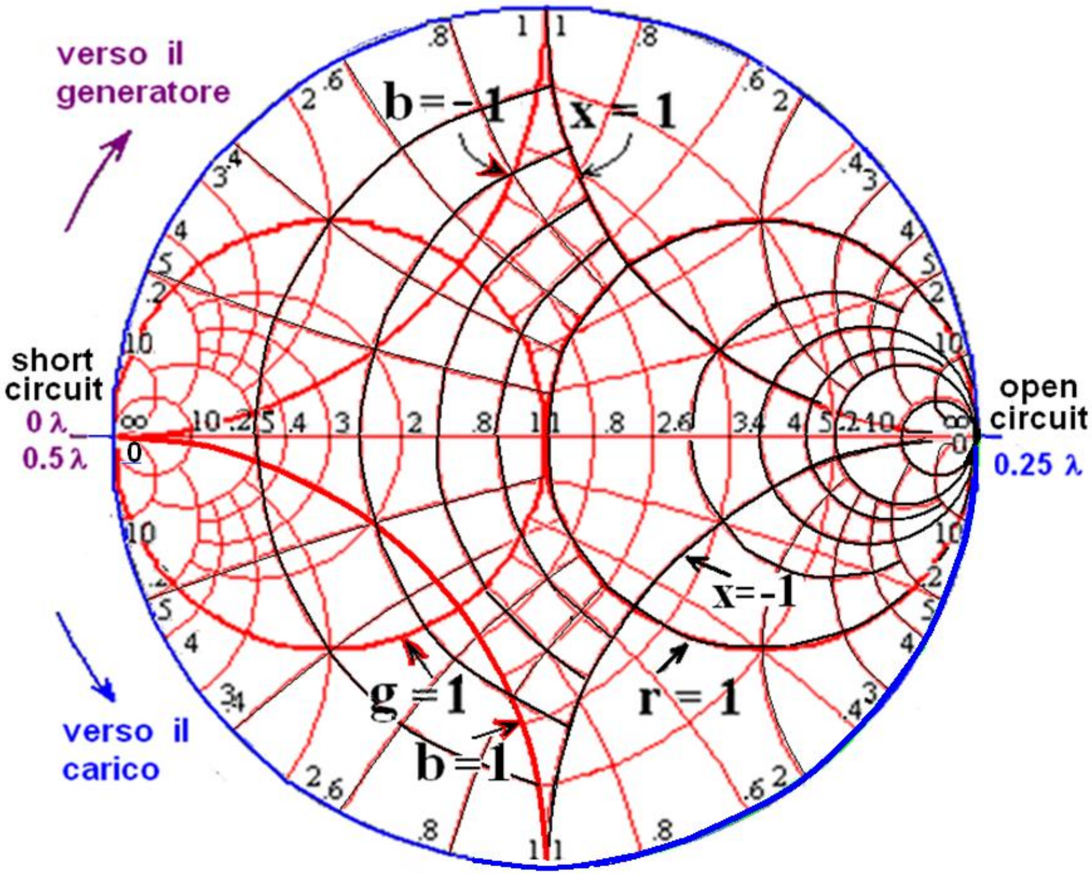
Sempre utilizzando la Carta di Smith è possibile trovare facilmente la lunghezza l_1 dello stub.
Lo stub deve presentare, al suo ingresso, un' ammettenza normalizzata di b = + 1.15. L'ammettenza è capacitiva ed occorre utilizzare uno spezzone aperto all'altra estremità.
In coordinate di impedenza, visto che r=0, si può invertire:
z = 1/b e si ottiene z = 1/ j1.15 = - j 0.8696 (x capacitiva).

Trovato il punto b =1.15 sulla Carta, occorre spostarsi verso il carico sino a trovare il valore b = 0 (open circuit) e osservare lo spostamento in lambda necessario sulla ghiera esterna alla Carta. Si trova: l_1 = 0.136 – 0 = 0.136 λ.


SMITH CHART Z
l = 0.136 λ
0.125 λ
0.136 λ
b=+j 1.15
verso il generatore
verso il carico
+j
−j
0 λ
0.25 λ
0.375 λ
reattanza induttiva
suscettanza capacitiva
reattanza capacitiva
suscettanza induttiva
x = -j 0.87
se usata come Y : open circuit.
Anche dopo l'inversione, usare sempre coordinate della Carta delle impedenze, anche se ora si riferiscono a ammettenze

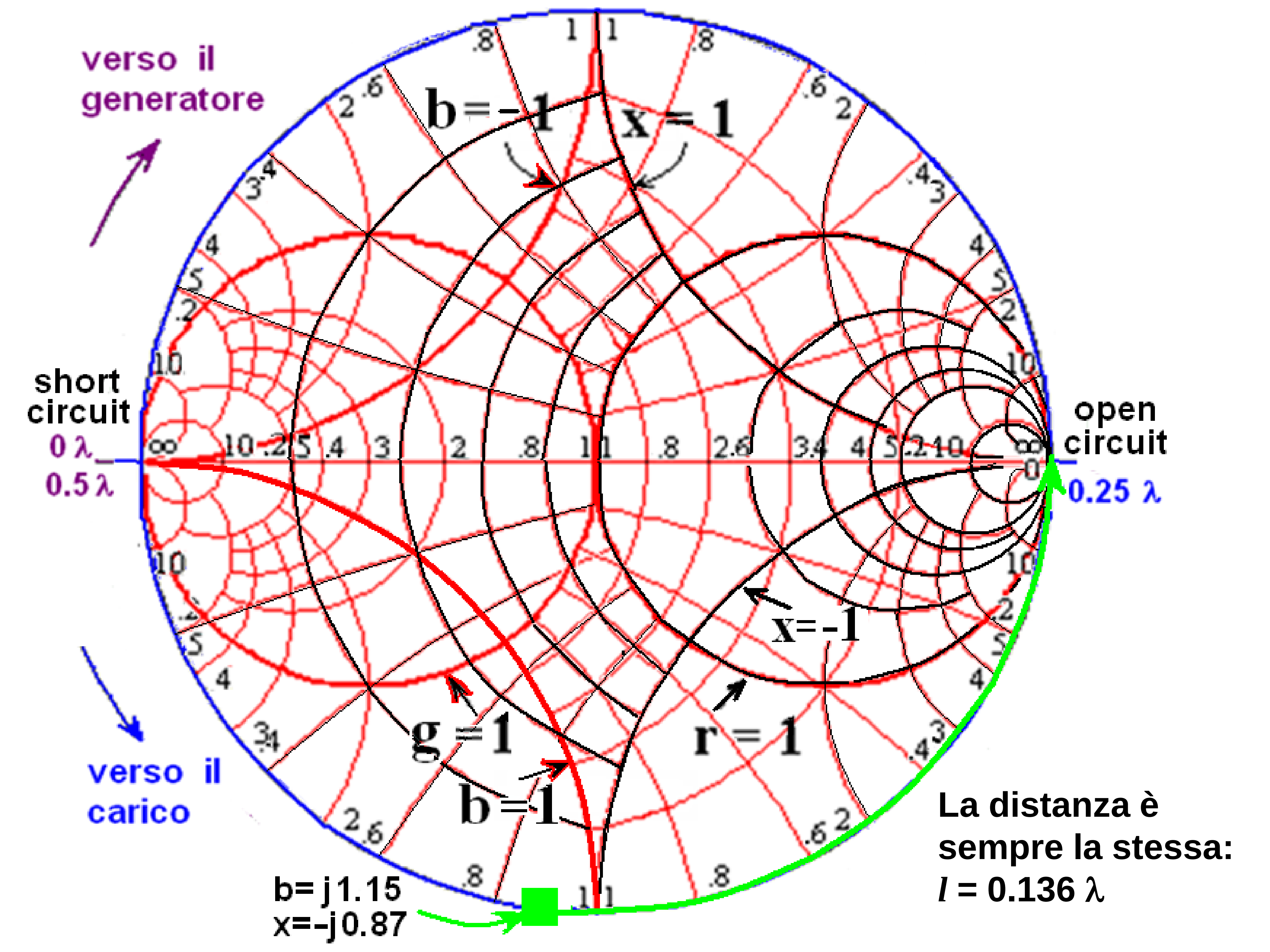

toward generator
Y- Chart
b = -1
b negativa (induttiva)
short circuit
open circuit
b positiva (capacitiva)
g = 1
toward load
b = 1
b=+j1.15
Anche con la Carta-Y, la distanza angolare è identica e pari a l = 0.136 λ

Nella Carta Z e Y sovrapposte, è facile disporre di carte con coordinate senza segno.   L'esempio continua….



Parte superiore:
se pensata come Z , la X è positiva (induttiva)
se pensata come Y, la b è negativa (induttiva).

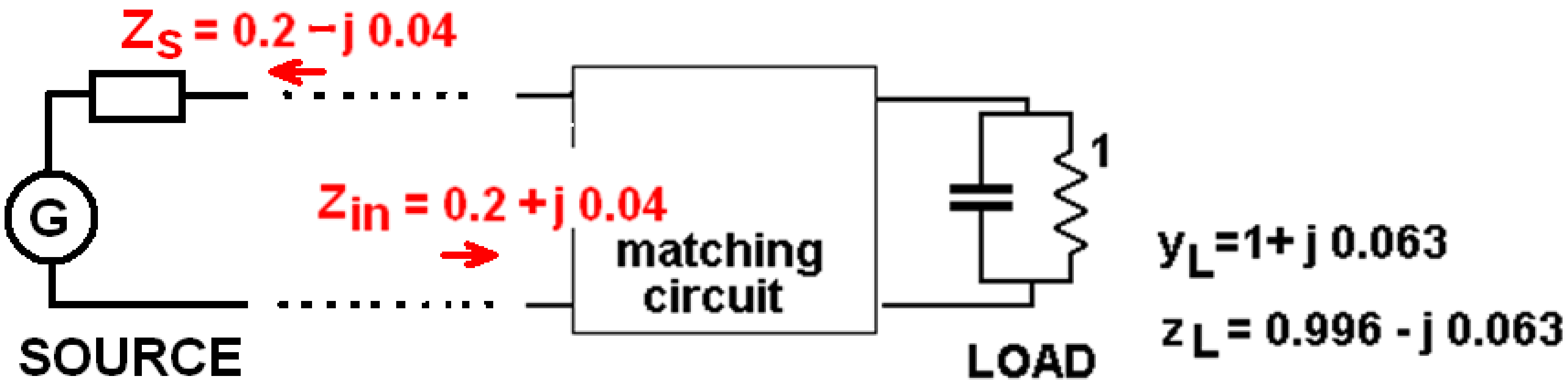
Parte inferiore:
se pensata come Z , la X è negativa (capacitiva)
se pensata come Y, la b è positiva (capacitiva).



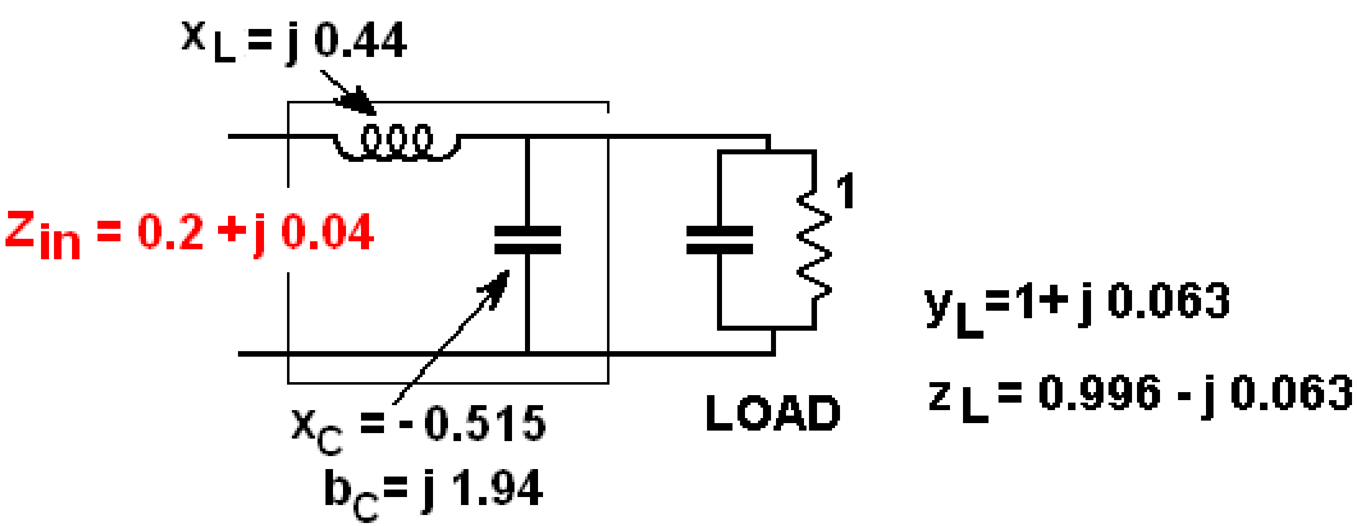
verso il generatore
short circuit
0 λ
0.5 λ
verso il carico
b=-1
x=1
g=1
r=1
x=-1
b=1
open circuit
0.25 λ
b= j1.15
x=-j0.87
La distanza è sempre la stessa:
l = 0.136 λ

ESERCIZIO 7

Trovare un circuito di matching tra un carico di ammettenza normalizzata $y_L = 1 + j\,0.063$ (impedenza di ingresso normalizzata $Z_L = 0.996 – j\,0.063$), per un perfect matching con sorgente di impedenza $z_S = 0.2 – j\,0.04$.



si trova:



Sulla Carta di Smith:

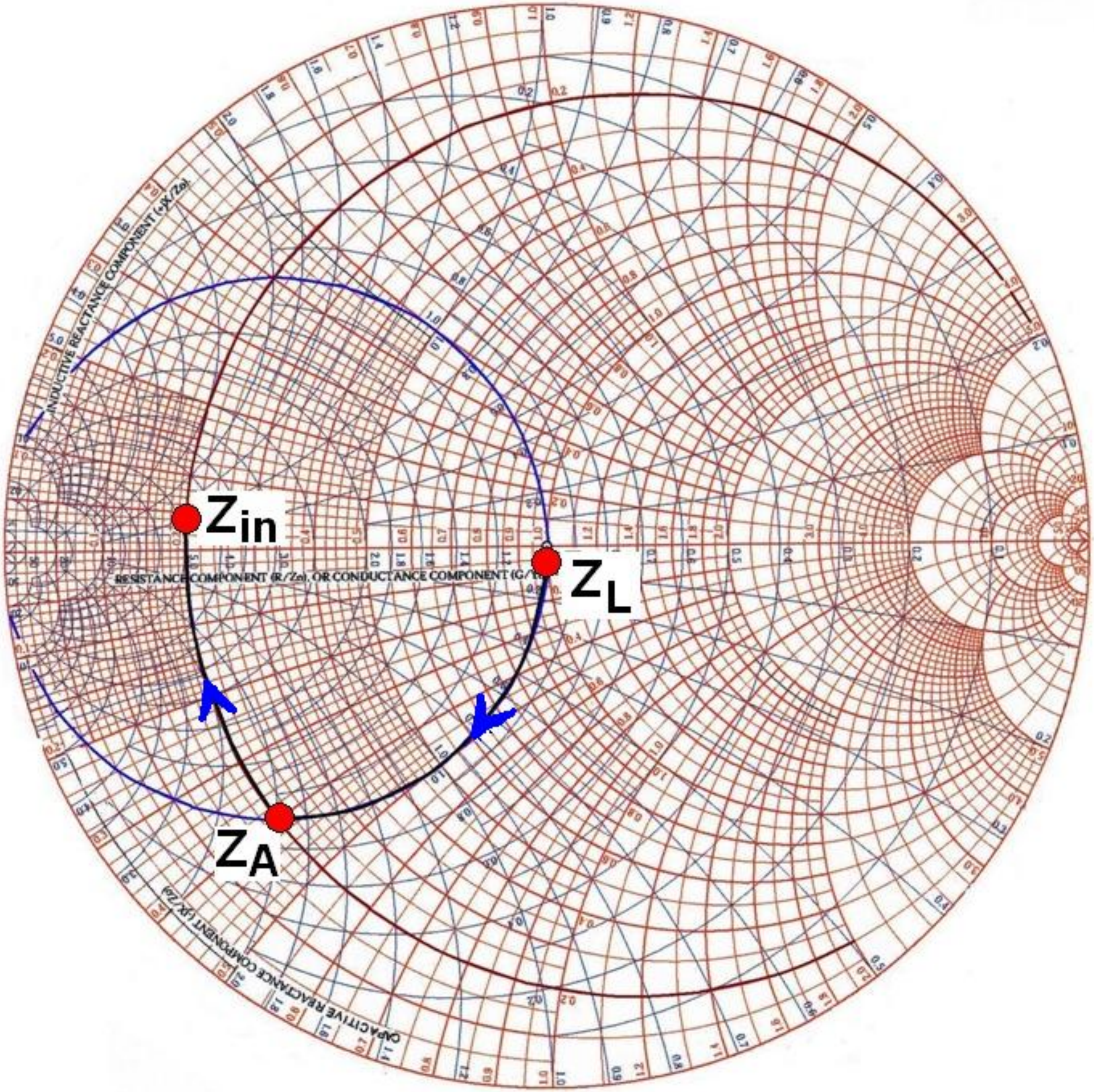
1) Individuare i punti di partenza e di arrivo : Z_L e Z_{in}

2) evidenziare le circonferenze g = 1 e r = 0.2 (che passano per Z_L e Z_{in})

3) considerare il punto di incontro A di coordinate: $Z_A = 0.2 – j\ 0.4$

4) sulla curva r = 0.2 raggiungere il punto di arrivo Z_{in}

5) valutare la suscettanza da inserire in parallelo (b = j 1.94 - capacitiva) e la reattanza da inserire in serie $x_L = j\ 0.44$ (induttiva)



$z_L = 0.996 - j\,0.063$

$y_L = 1 + j\,0.063$

$z_{in} = 0.2 + j\,0.04$

$z_A = 0.2 - j\,0.4$
$y_A = 1 + j\,2$

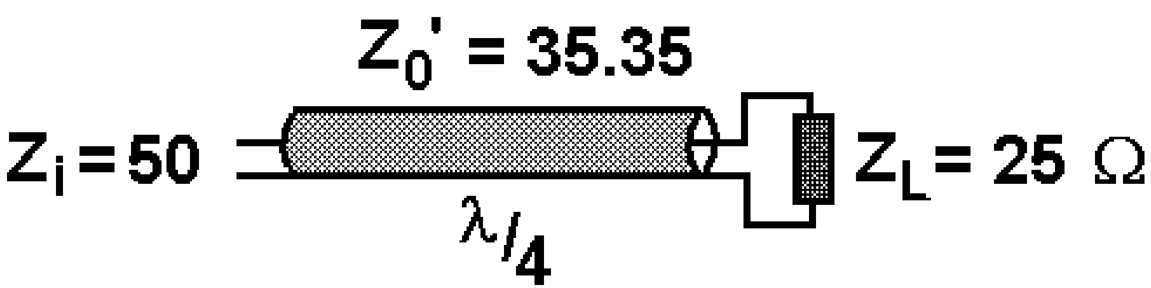
ESERCIZIO 8 -
Adattamento a Z_0 di impedenza di carico reale.

Sia l'impedenza di carico $Z_L = 25\ \Omega$ (resistiva) da adattare a linea con $Z_0 = 50\ \Omega$.

1° metodo)

con linea $\lambda/4$ di impedenza caratteristica:

$$Z_0' = \sqrt{25 \cdot 50} = 35.35\ \Omega$$



2° metodo) con reattanza in parallelo alla linea alla distanza l dal carico

Si traccia la curva del ROS passante per il punto Z_L

In questo esempio è ROS = 2.

Dal punto Z_L ci si sposta (verso il generatore) lungo la linea di una distanza l sino ad incontrare la curva g=1 . La distanza, misurata sulla scala esterna della Carta , è $l = 0.097\ \lambda$.

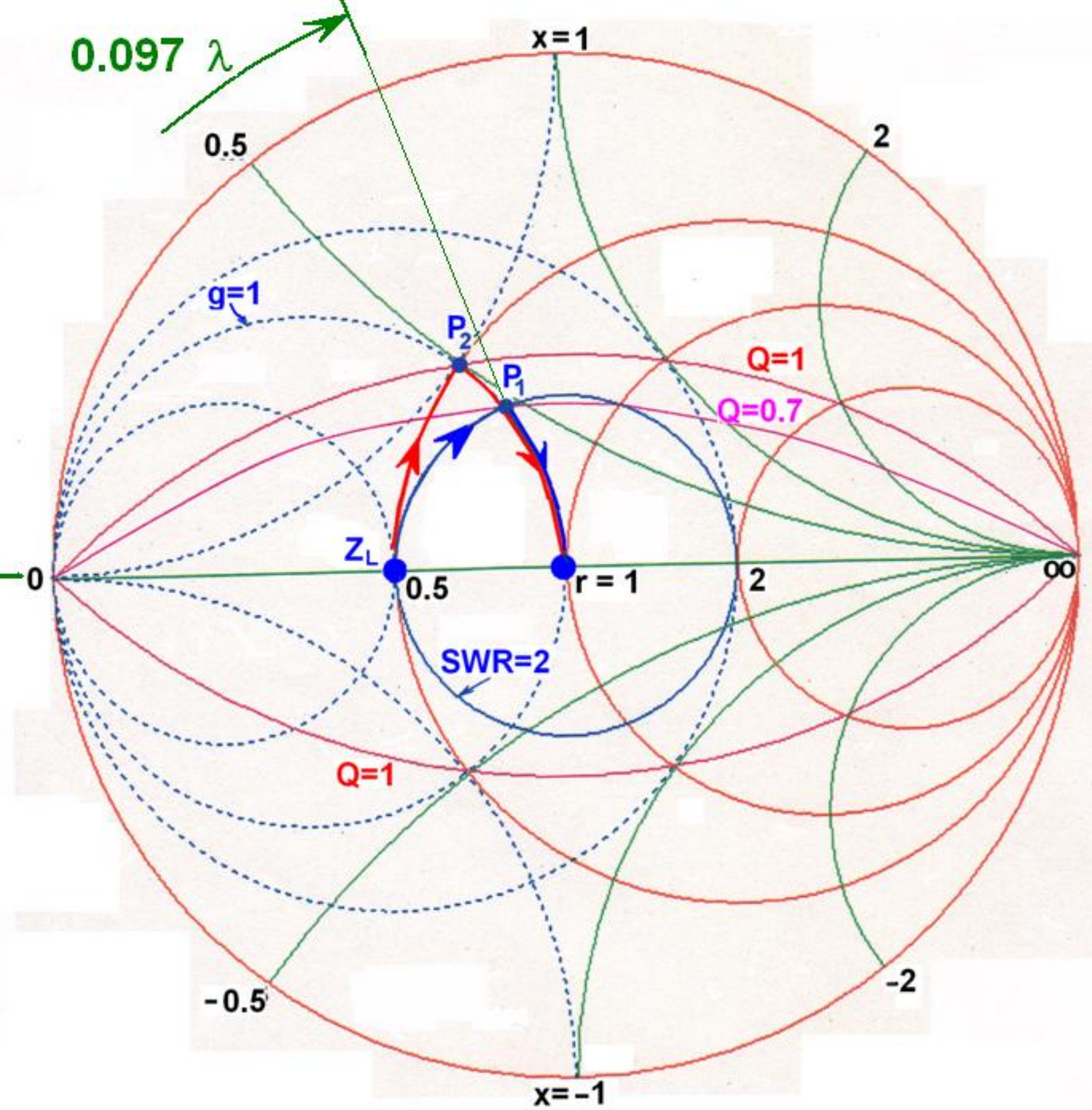
Il punto di incontro (P_1) ha coordinate: z = 0.666 + j 0.467.

Lo stesso punto P_1 ha coordinate di ammettenza: y=1 - j 0.707

Occorre inserire in parallelo alla linea (alla distanza l dal carico) una suscettanza di segno opposto: b = +j 0.707 (capacitiva).

Questa è ottenuta con una reattanza normalizzata z = 1/y che diviene: z = - j 1.41.

Ovvero, con una $X_C = 1.41 \cdot 50 = 70.7\ \Omega$



P1

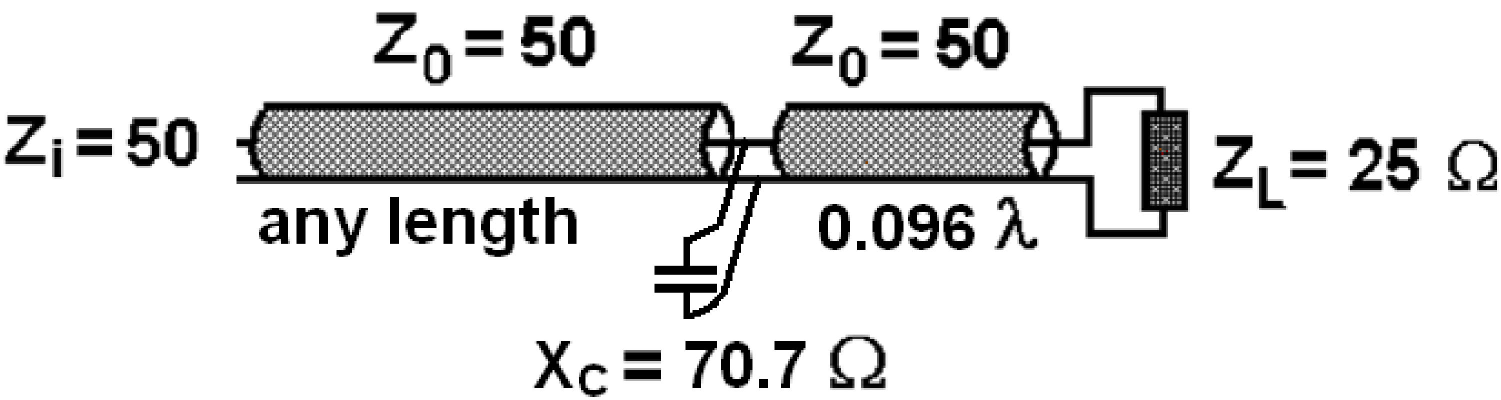
Z = 0.666+j0.467

P2

Z = 0.5+j0.5

Dalla Carta di Smith si osserva anche che il Q per questo circuito è: Q = 0.7

Il circuito diviene:



3 metodo) matching con circuito LC

Dal punto Z_L di coordinate z = 0.5 + j 0 ci si sposta lungo la circonferenza r = costante passante per Z_L sino ad incontrare la curva g =1 nel punto P_2 che ha coordinate:

z = 0.5 + j 0.5 ovvero y = 1 – j 1 .

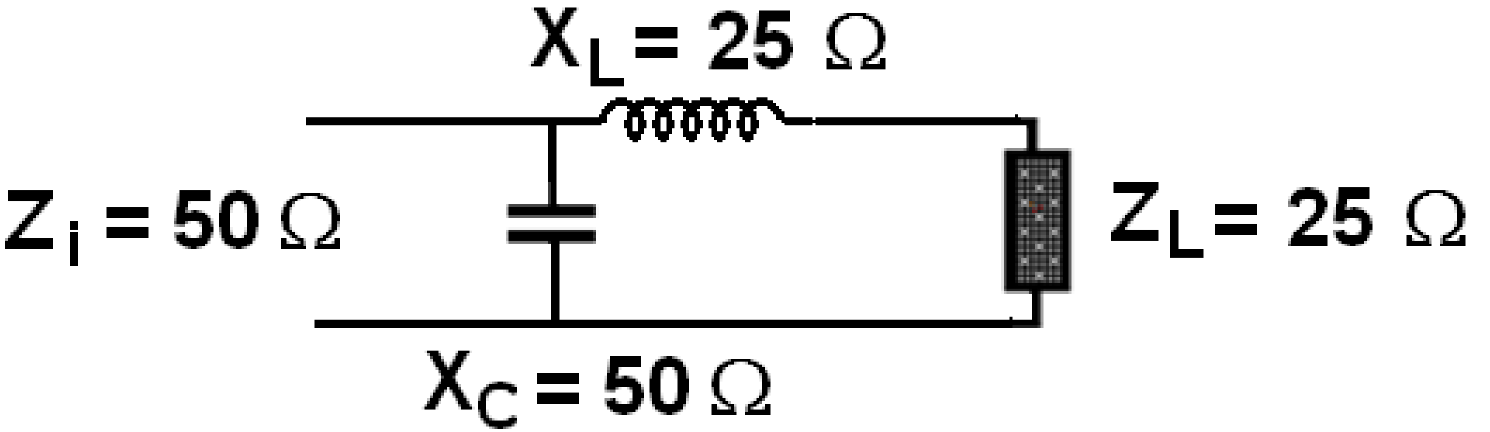
Tale spostamento comporta una variazione di reattanza normalizzata:

$\Delta x = +0.5 - 0 = +0.5$ ovvero $\Delta X = 0.5 \cdot 50 = 25\ \Omega$

ottenibile con una reattanza induttiva in serie di 25 Ω.

Nel punto P_2 l'ammettenza normalizzata è : y = 1 – j 1 .
Rimane, pertanto, una suscettanza b = - j1 che può essere cancellata con una suscettanza opposta di un componente capacitivo in parallelo (con b = j1 , ovvero di x_c=1/b = 1 .
Vista la normalizzazione a 50 Ω, il valore della reattanza è $X_c = 1 \cdot 50 = 50\ \Omega$

La curva del Q che passa per il punto P_2 è $Q = 1$,
rivelando un Q leggermente superiore di quello della soluzione che usa uno spezzone di linea.
Il circuito, in questo caso, è:



ESERCIZIO 9

CIRCUITO D'INGRESSO DI TRANSISTOR DI POTENZA

L'impedenza di ingresso di un transistor di potenza (data sheet) sia: $Z_{in} = 5.0 + j\,2.5\ \Omega$.
Normalizzata a 50 Ω, la impedenza d'ingresso diviene:

$$z_{in} = 0.1 + j\,0.05$$

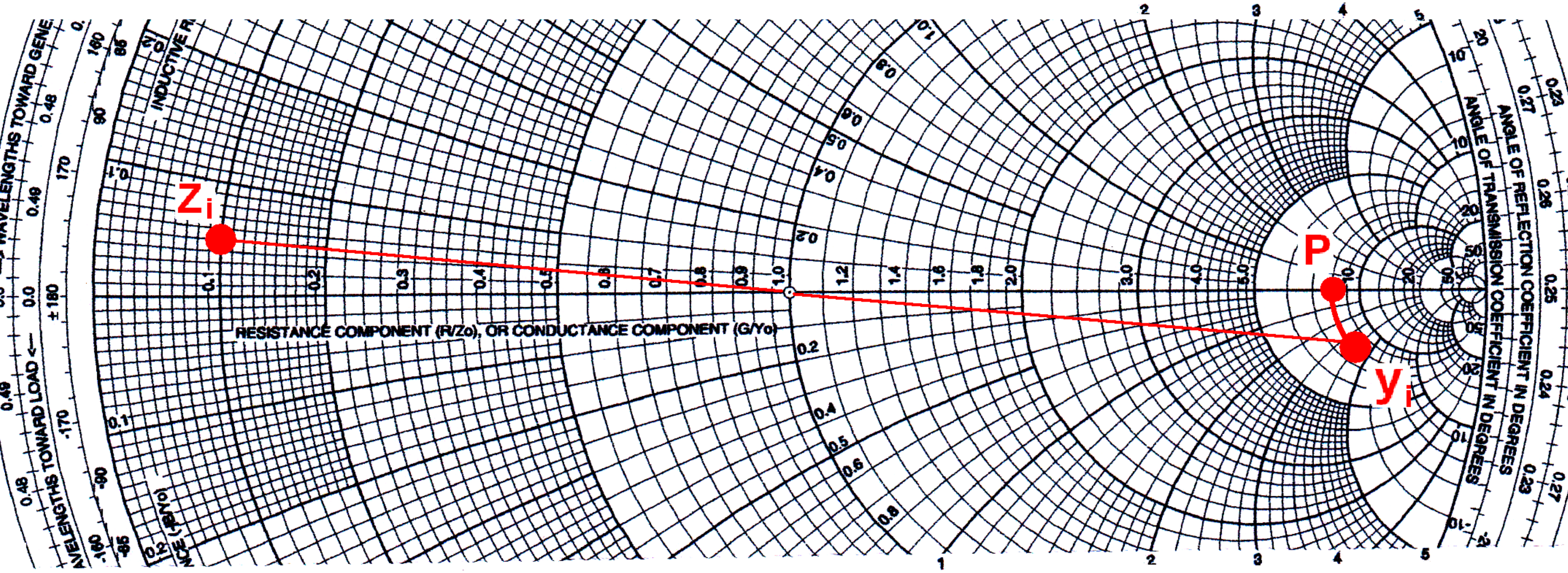
Occorre adattarla a linea con impedenza caratteristica Zo = 50 Ω

Trovato il punto z_{in} sulla Carta di Smith, il corrispondente punto con ammettenza y_{in} viene individuato per simmetria rispetto al centro della Carta.
Si ha: $y_{in} = 8 + j\,4$.
Data la notevole distanza dal centro, il VSWR è molto elevato: la circonferenza sul centro e per il punto y_{in} taglia l'asse reale vicino a indicazione 10. Pertanto, il VSWR = 10.

Dopo la conversione Z ➔ Y ,le coordinate della Carta di Smith, così come sono, diventano coordinate di ammettenza.

$Z_{in} = 0.1 + j0.05$

$P = 8 + j0$



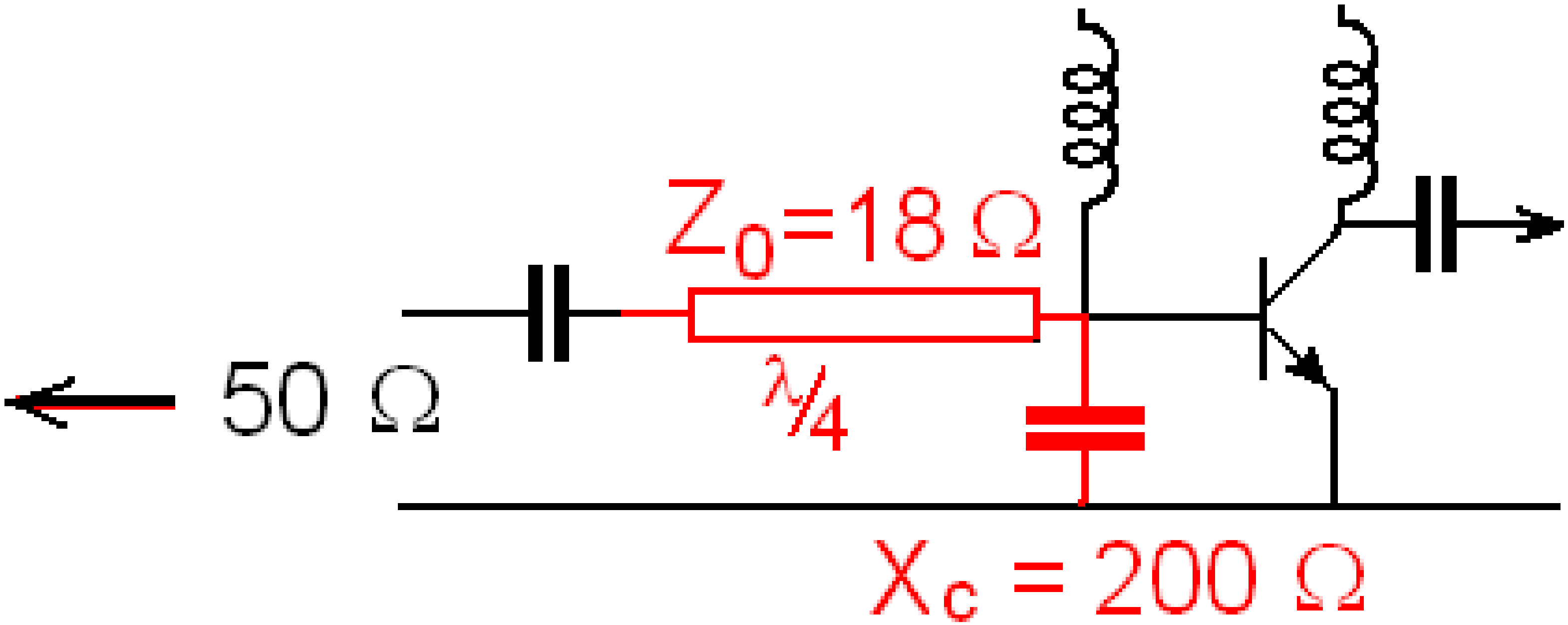
$$y_{in} = \frac{1}{Z_{in}} = 8 - j4$$

Per portare il valore dell'ammettenza y_{in} ad un valore reale, occorre spostarsi lungo la circonferenza a g = costante (in questo caso g = 8) sino a portarsi sull'asse reale (punto P).
Con questo spostamento, l'ammettenza passa da – j 4 a 0, con una variazione $\Delta b = 4$ (positiva ➔ capacitiva) . Questo è ottenibile con un condensatore in parallelo all'ingresso di reattanza $x = 1 / j\,4 = - j\,4$, ovvero $X_c = 4 \cdot 50 = 200\ \Omega$.
Con questa capacità, l'impedenza d'ingresso è diventata puramente reale (punto P: $y = 8 + j\,0$ ➔ $z = 0.125 + j\,0$)
Ora, de-normalizzando la z = 0.125, otteniamo $Z = z \cdot 50 = 6.25\ \Omega$

A questo punto, per ottenere i 50 Ω di ingresso cercati, è sufficiente interporre una microstrip lunga $\lambda/4$ di impedenza caratteristica:

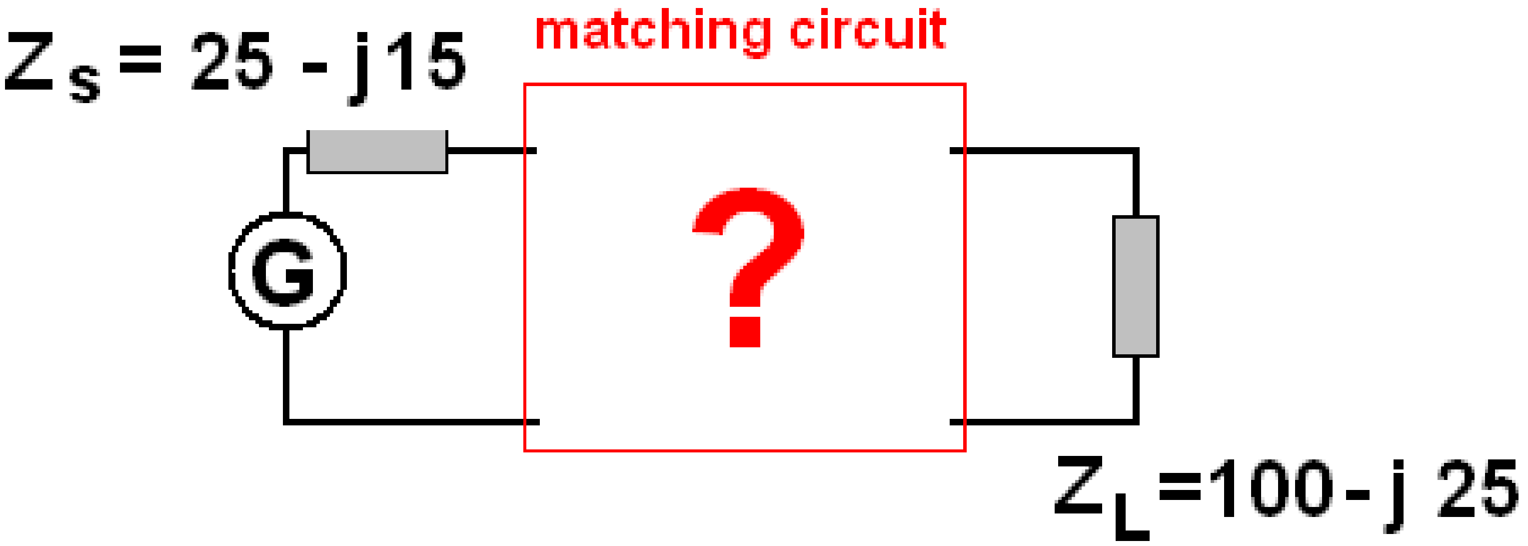
$$Z_0 = \sqrt{50 \cdot 6.25} \cong 18\ \Omega$$

Risultato:

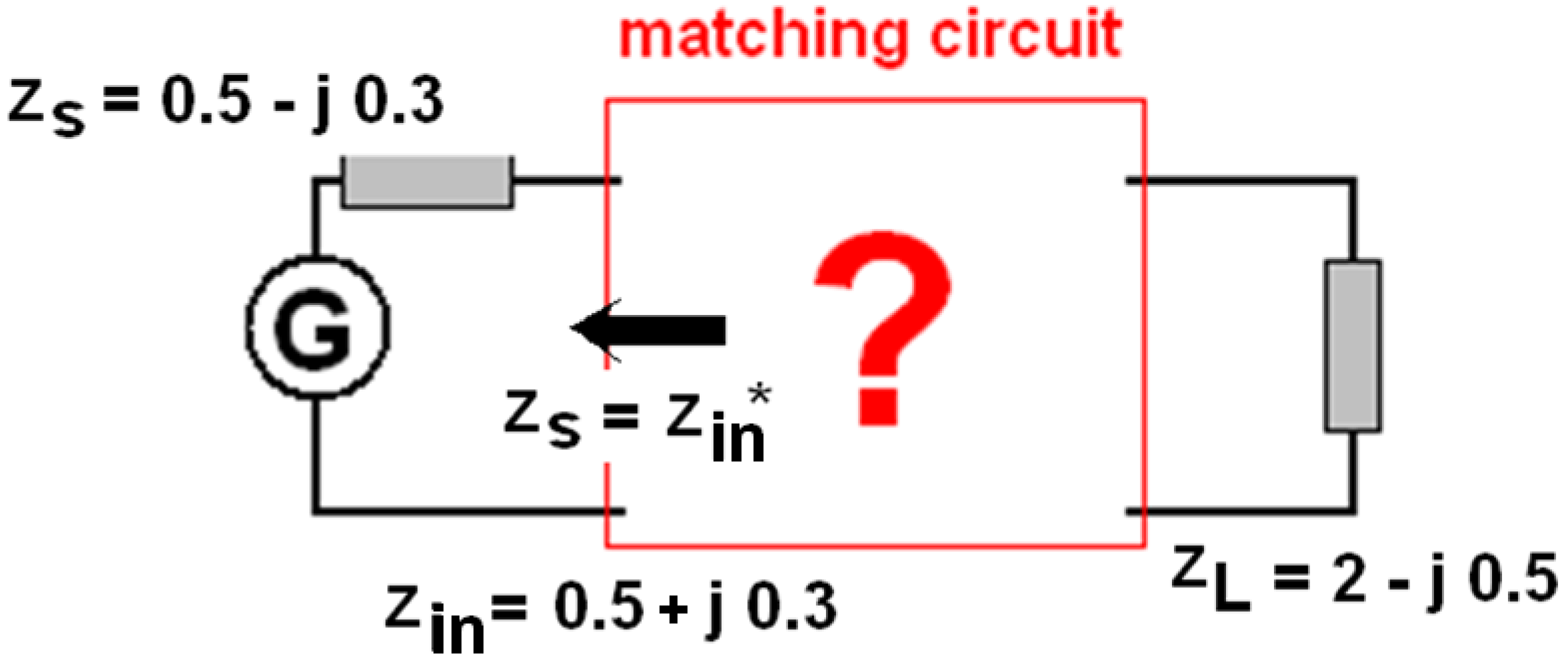


ESERCIZIO 10

Circuito di matching tra impedenza del generatore e impedenza del carico, entrambe complesse e diverse.
Circuito di accoppiamento tra stadi di amplificazione.



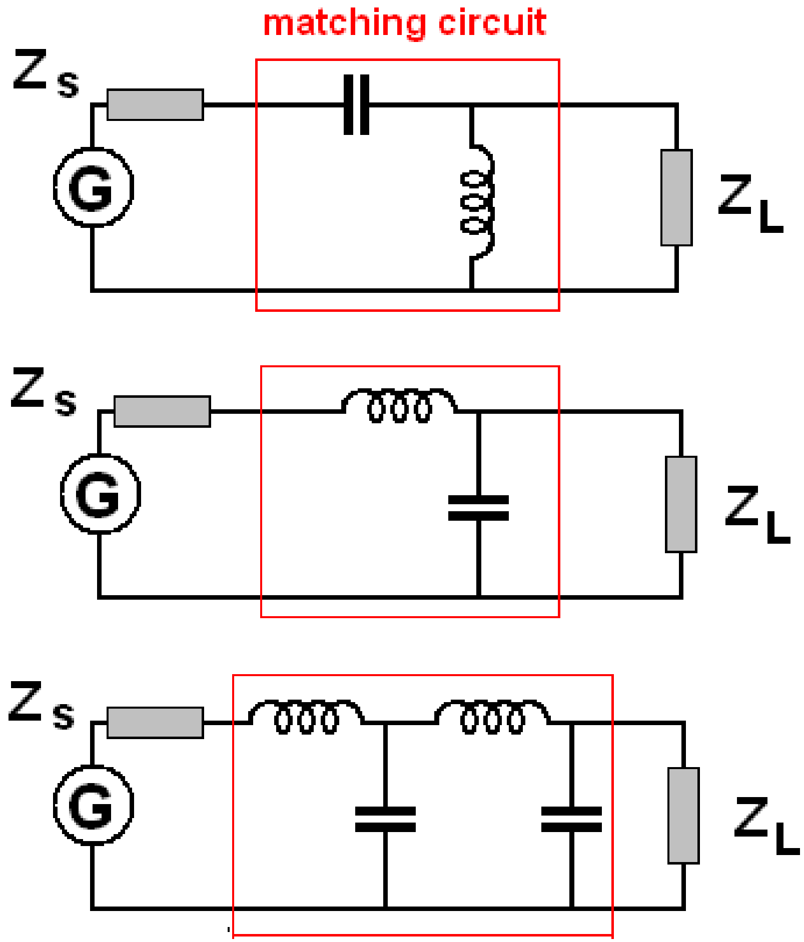
Occorre forzare il carico, con l'opportuno circuito di matching, a presentare all'ingresso la stessa impedenza della sorgente, ma complessa coniugata, ovvero z_s^* .



Valori normalizzati a 50 Ω

Ci sono tanti possibili circuiti di matching (passa alto, passa basso, con un minimo di componenti e Q alto o con un numero maggiore di componenti e Q più basso = banda larga)

Esempio:

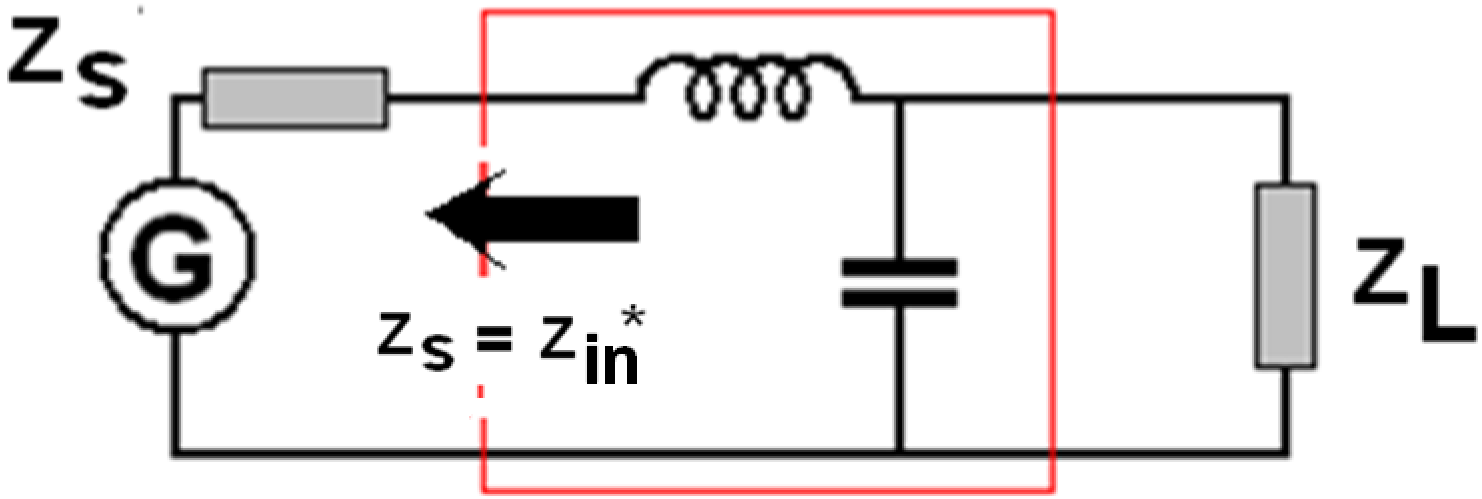


Si scelga un circuito di matching passa basso con solo due componenti.

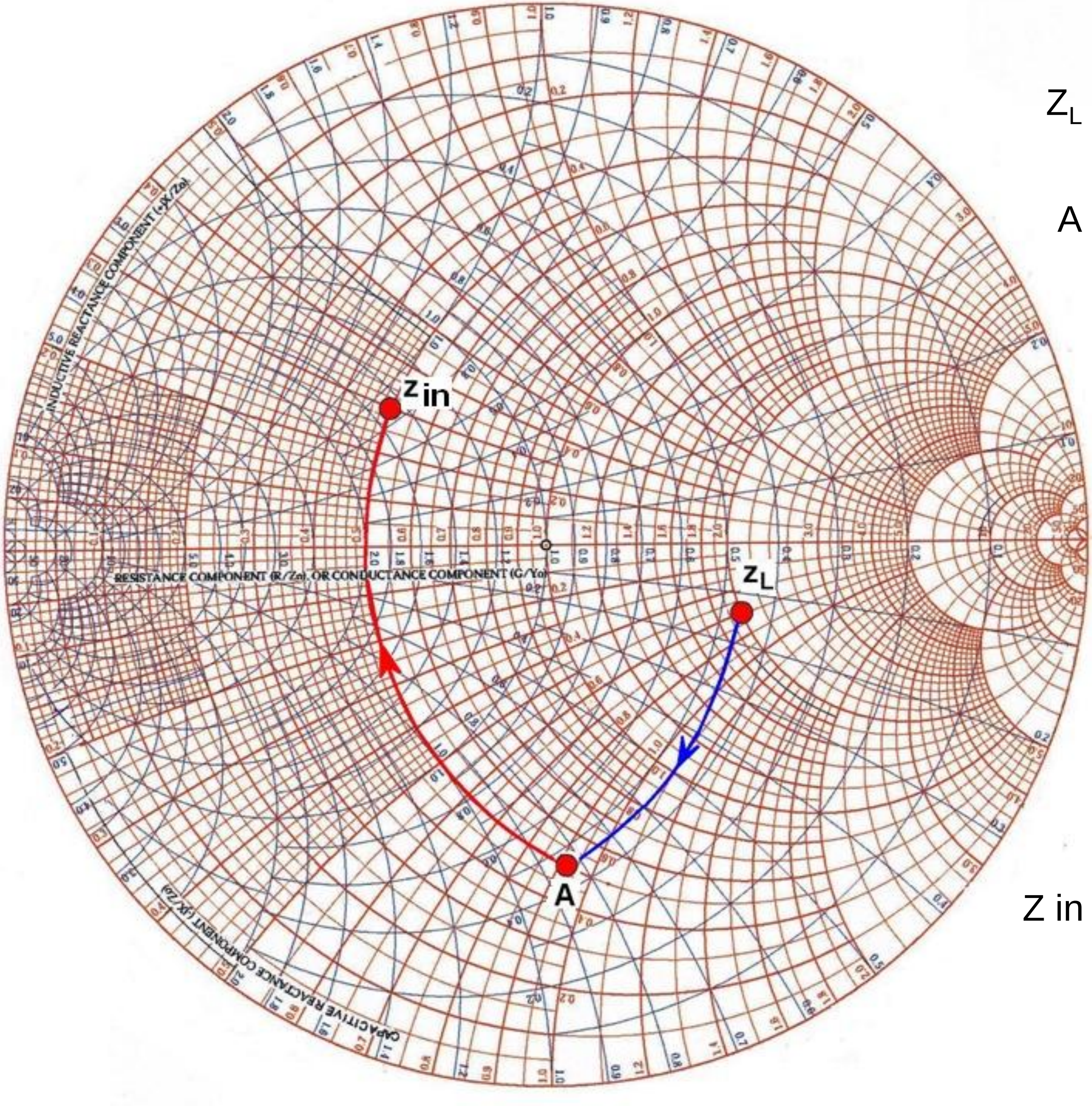
$z_S = 0.5 - j\,0.3$

$z_{in} = 0.5 + j\,0.3$

$z_L = 2.0 - j\,0.5$



e si riportino i punti z_{in} e z_L sulla Carta di Smith.



Z_L

z = 2.0 – j 0.50

y = 0.47+j 0.12

A

z = 0.50 – j 0.90

y = 0.47 + j 0.85

Z in

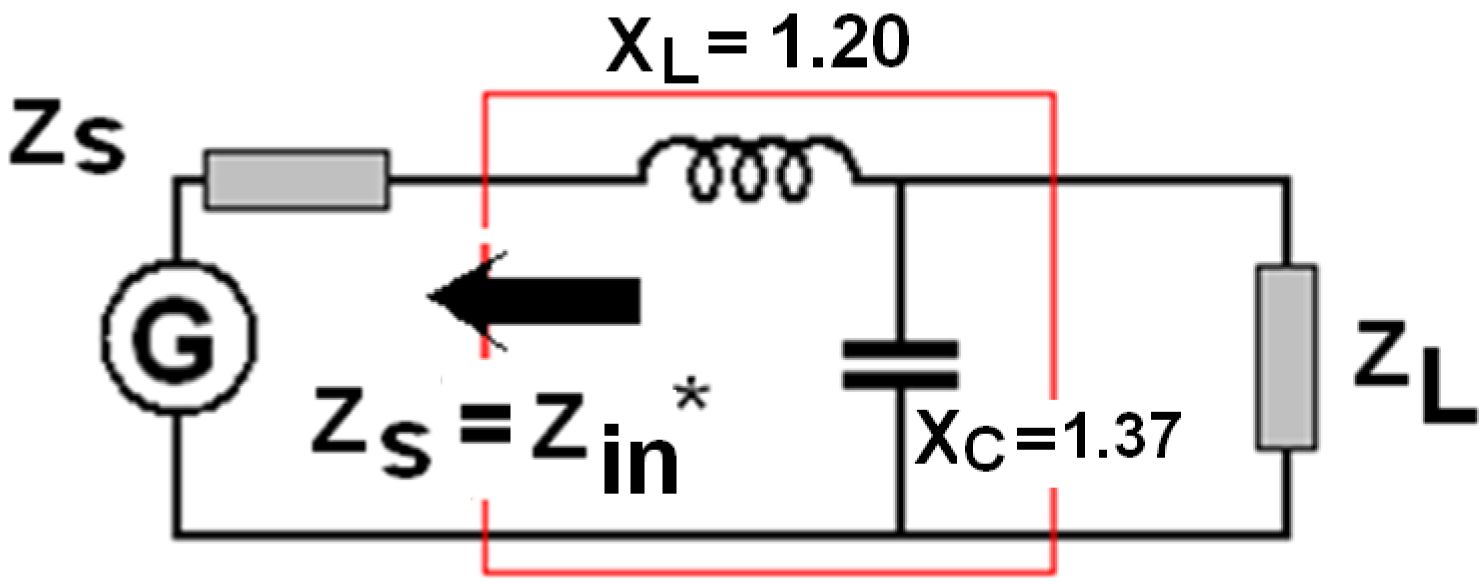
z = 0.50+j 0.30

y = 1.47 –j 0.88

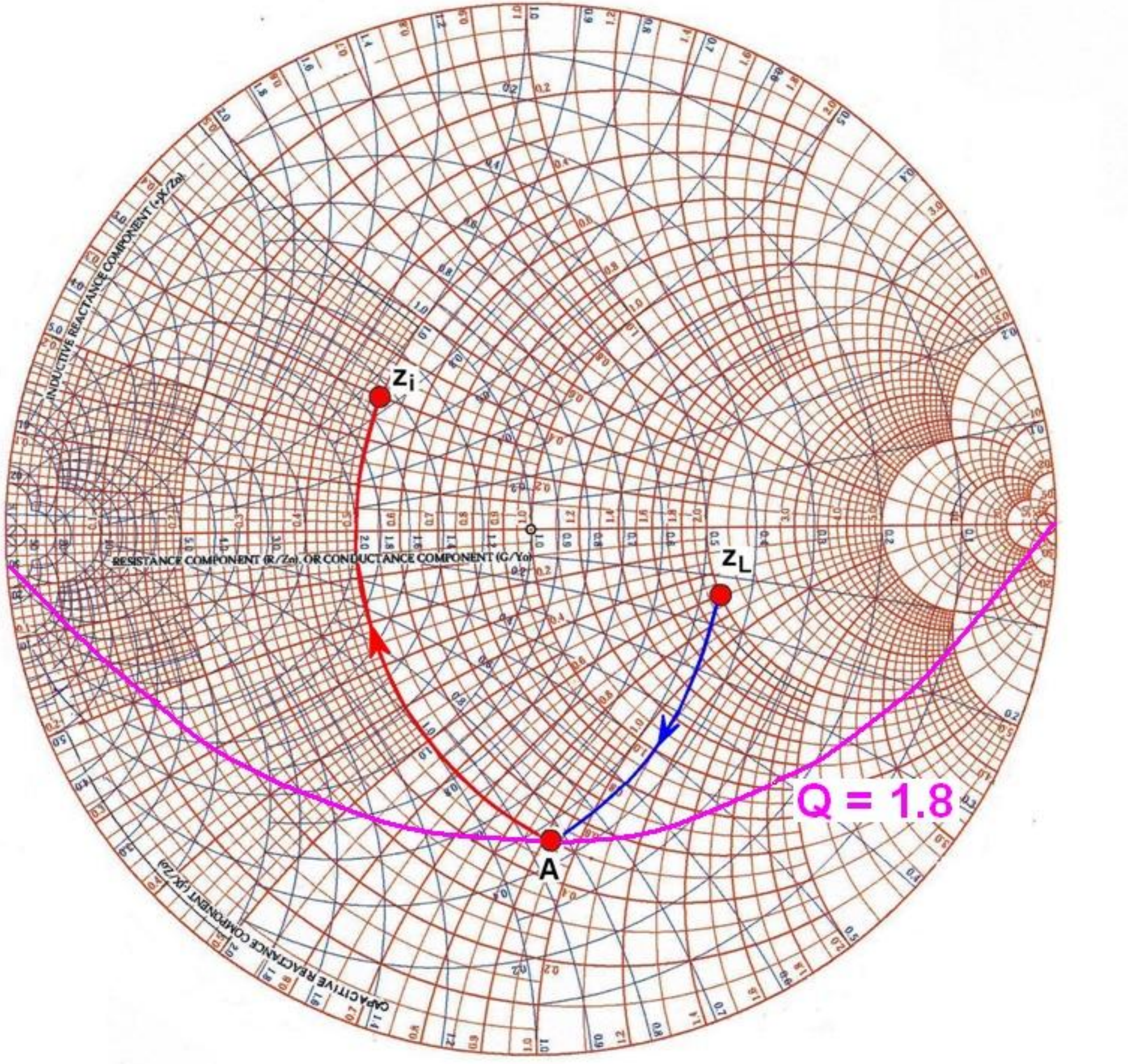
Occorre individuare un percorso da z_L a z_{in} lungo circonferenze a r costante o a g costante (inserimento, quindi, di componenti induttivi o capacitivi non dissipativi, che non alterano la componente resistiva).
Ci si sposti, quindi, da z_L verso il punto A lungo una circonferenza a g=costante (componente in parallelo).
Come si individua il punto A? Perché il punto A è anche sulla circonferenza ad r = costante che passa anche da z_{in} !
Con un secondo componente (in serie, ora) si può passare da A al punto di arrivo z_{in}.

I valori dei due componenti si traggono direttamente dalla Carta. Passando da z_L ad A, la conduttanza g rimane costante e la b subisce una variazione: $\Delta b = j\,0.85 - j\,0.12 = j\,0.73$ (valore positivo, quindi: capacità in parallelo di reattanza normalizzata $X = 1/b = 1.37$).

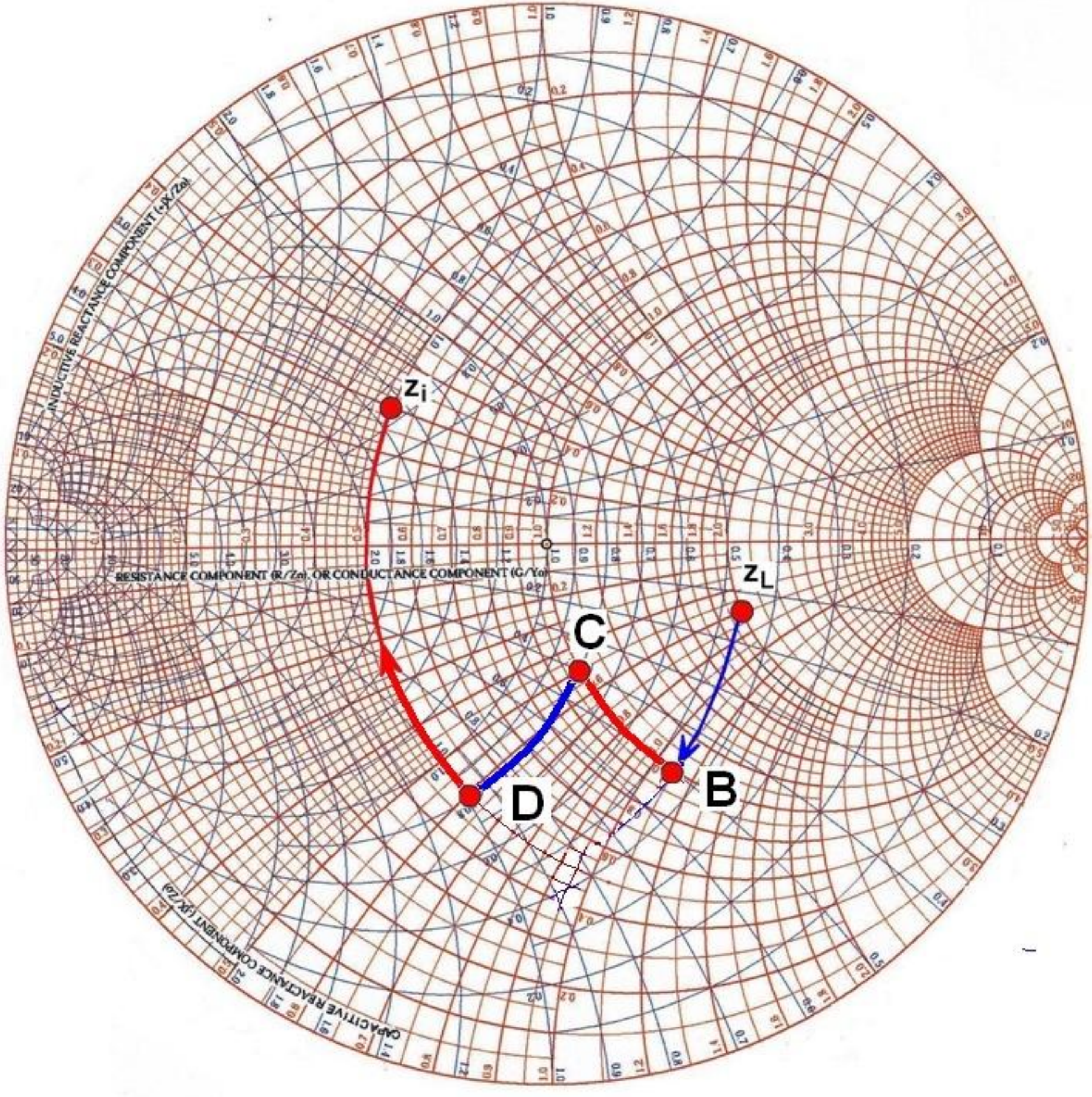
Passando da A a zi lungo una circonferenza di r costante, la x subisce una variazione: $\Delta x = j\,0.30 - (-j\,0.90) = +j\,1.20$ (valore positivo; quindi reattanza induttiva, ovvero induttanza posta in serie).



Sovrapponendo la carta dei Q, si osserva che tutto il percorso è sotteso dalla curva Q = 1.8.



Se si desidera un Q ancora più basso, ovvero banda ancora più larga, bisogna utilizzare più componenti.



Altro possibile circuito di matching che richiede ,però, 4 componenti.

Il percorso è “più vicino” al centro della Carta. Presenta un Q più basso, quindi è utile su una banda più ampia di frequenze.

ESERCIZIO 11

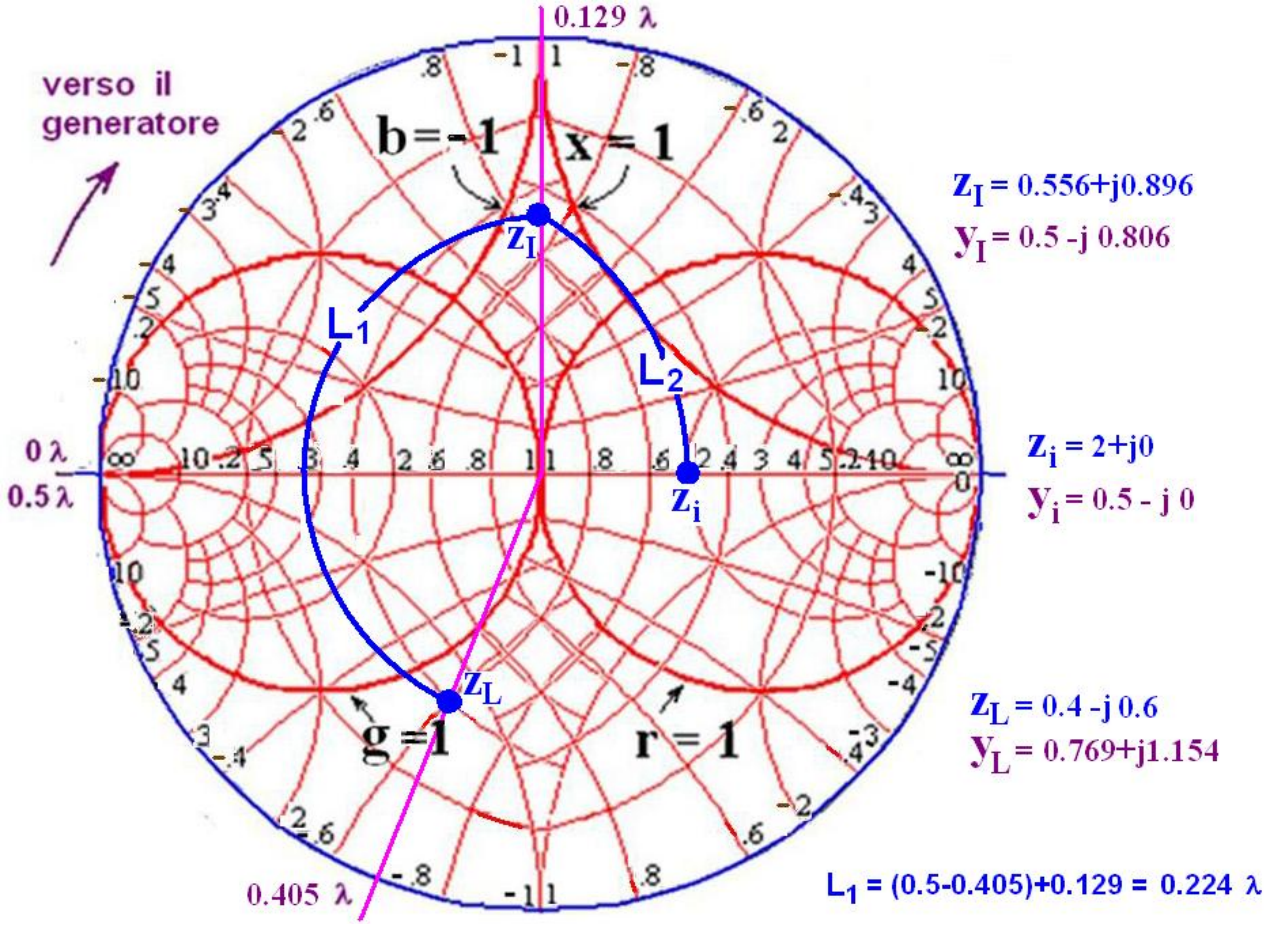
Trovare le condizioni di matching di un carico $Z_L = 10 - j15$ ad un'impedenza d'ingresso di $Z_0 = 50\ \Omega$ utilizzando elementi di linea di trasmissione.

Utilizzando uno spezzone di linea con un'impedenza $Z_0 = 25\ \Omega$ (valore intermedio), normalizzando a 25 Ω, si ottiene:

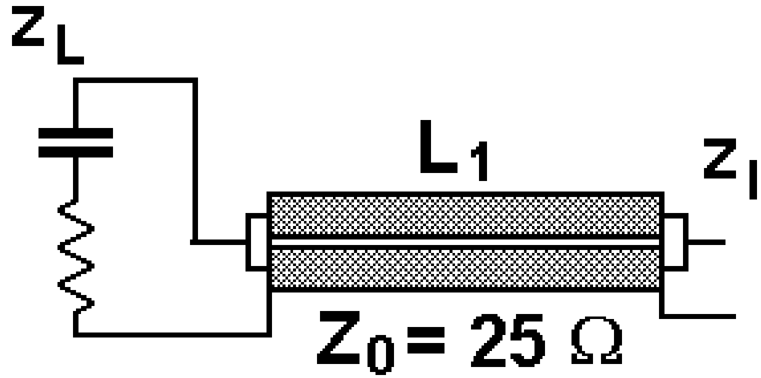
$z_L = 0.4 – j0.6$ $\qquad\qquad$ ($y_L = 0.769 + j1.154$)

L'impedenza caratteristica $Z_0 = 25\ \Omega$ si ottiene facilmente mettendo in parallelo due spezzoni di uguale lunghezza con usuale cavo di $Z_0 = 50\ \Omega$.

Si riporta il punto z_L sulla Carta e ci si sposta in senso orario (verso il generatore) sino ad incontrare la circonferenza con g = 0.5 (punto z_l).


0.129 λ
verso il generatore
b = -1
x = 1
z_I = 0.556+j0.896
y_I = 0.5 -j 0.806
z_I
L_1
L_2
0 λ
0.5 λ
z_i = 2+j0
y_i = 0.5 - j 0
z_i
z_L
g = 1
r = 1
z_L = 0.4 -j 0.6
y_L = 0.769+j1.154
0.405 λ
L_1 = (0.5-0.405)+0.129 = 0.224 λ

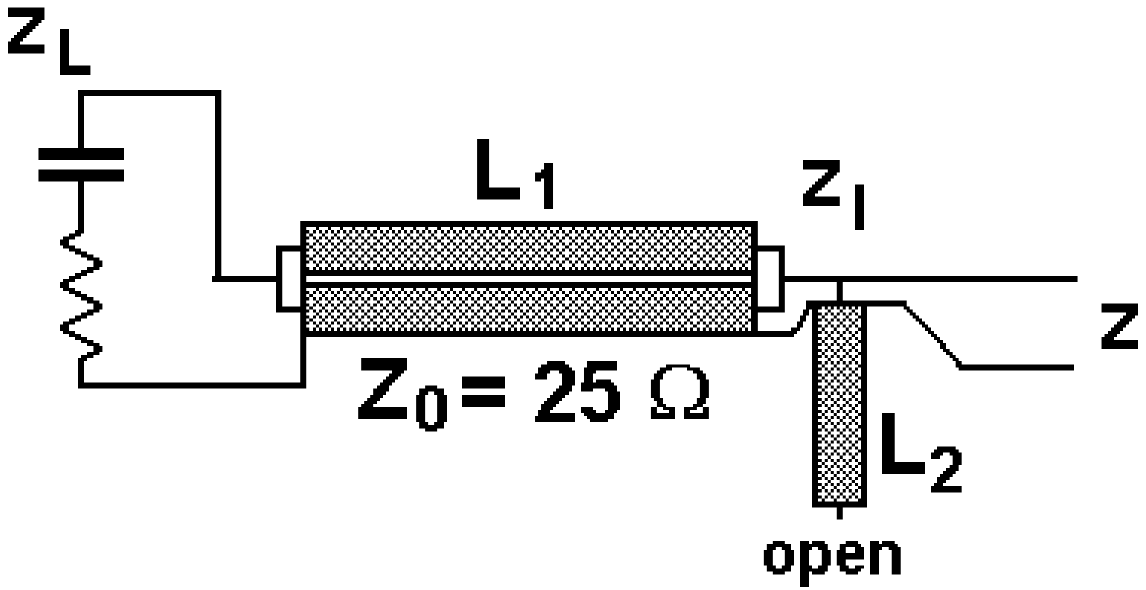
Il punto z_l ha impedenza $z_l = 0.556 + j\,0.896$, e, la cosa più importante, è che presenta ammettenza $g_l = 0.5 - j\,0.806$ (valori normalizzati a 25 Ω).



La lunghezza dello spezzone L1 è ottenuta direttamente dalla Carta osservando la gradazione in lunghezze d’onda sul bordo.
Si ha:

$$L_1 = (0.5 - 0.405) + 0.129 = 0.224\ \lambda$$

Il punto z_l presenta valore di conduttanza richiesta (g = 0.5), ma presenta ancora suscettanza negativa che potrà essere cancellata con uno stub in parallelo di suscettanza b = +j 0.806 (capacitiva)



Lo stub parallelo con b = +j 0.806 (normalizzata a 25 Ω) è ottenuto con cavo di lunghezza L_2 .

Utilizzando sempre linee da 25 Ω, la lunghezza L2 è osservata sulla Carta essere: L2 = 0.108 λ.

Lo stub deve presentare reattanza capacitiva di: x = 1/ j b = - j 1.24.

La reattanza, rinormalizzata, diviene: Xc= x · 25 = 31 Ω.

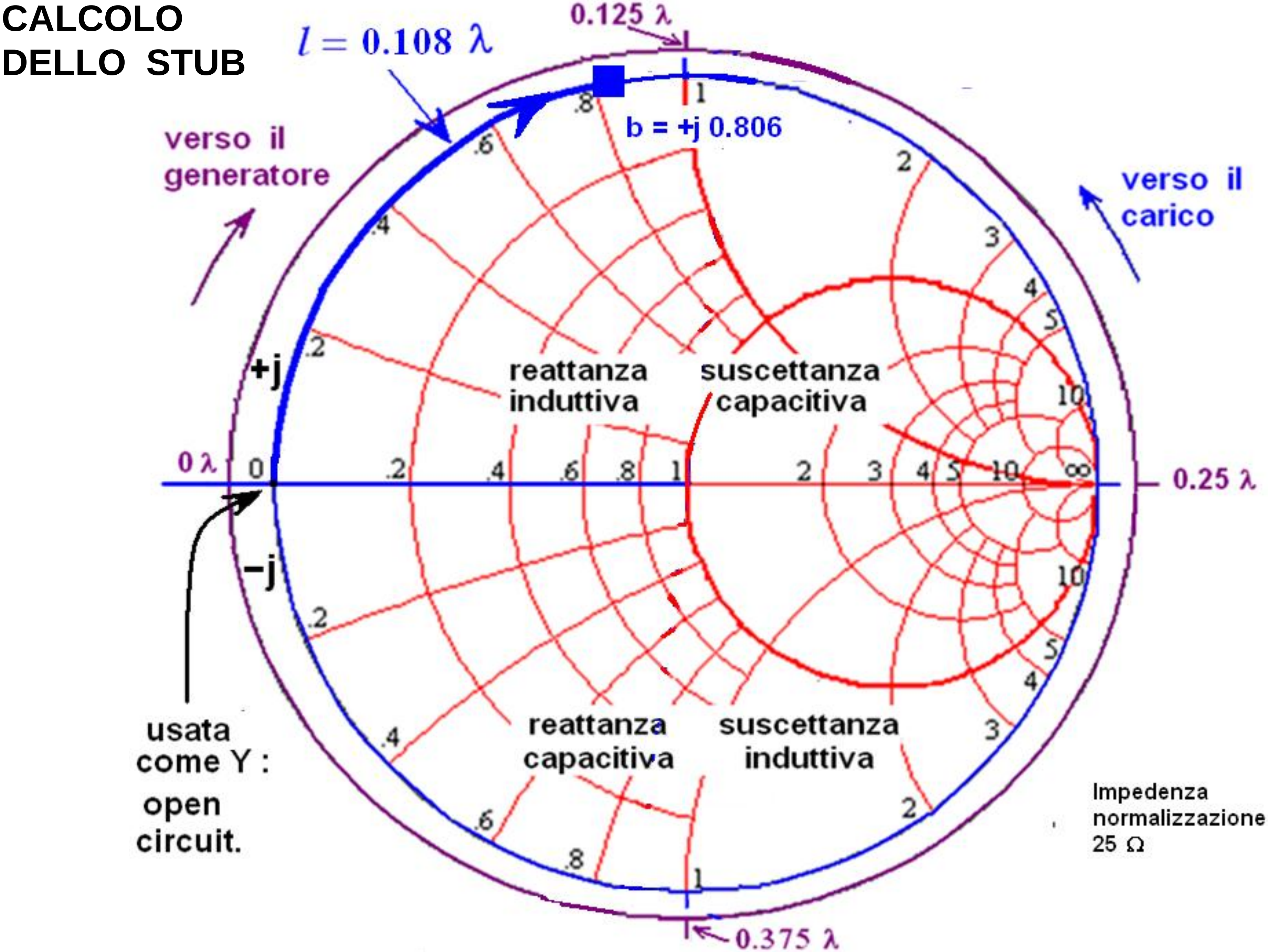
Per questo stub è possibile utilizzare anche cavo a 50 Ω,

Se normalizziamo, ora, a 50 Ω, la reattanza Xc diviene: x = 31/50 = -j 0.62

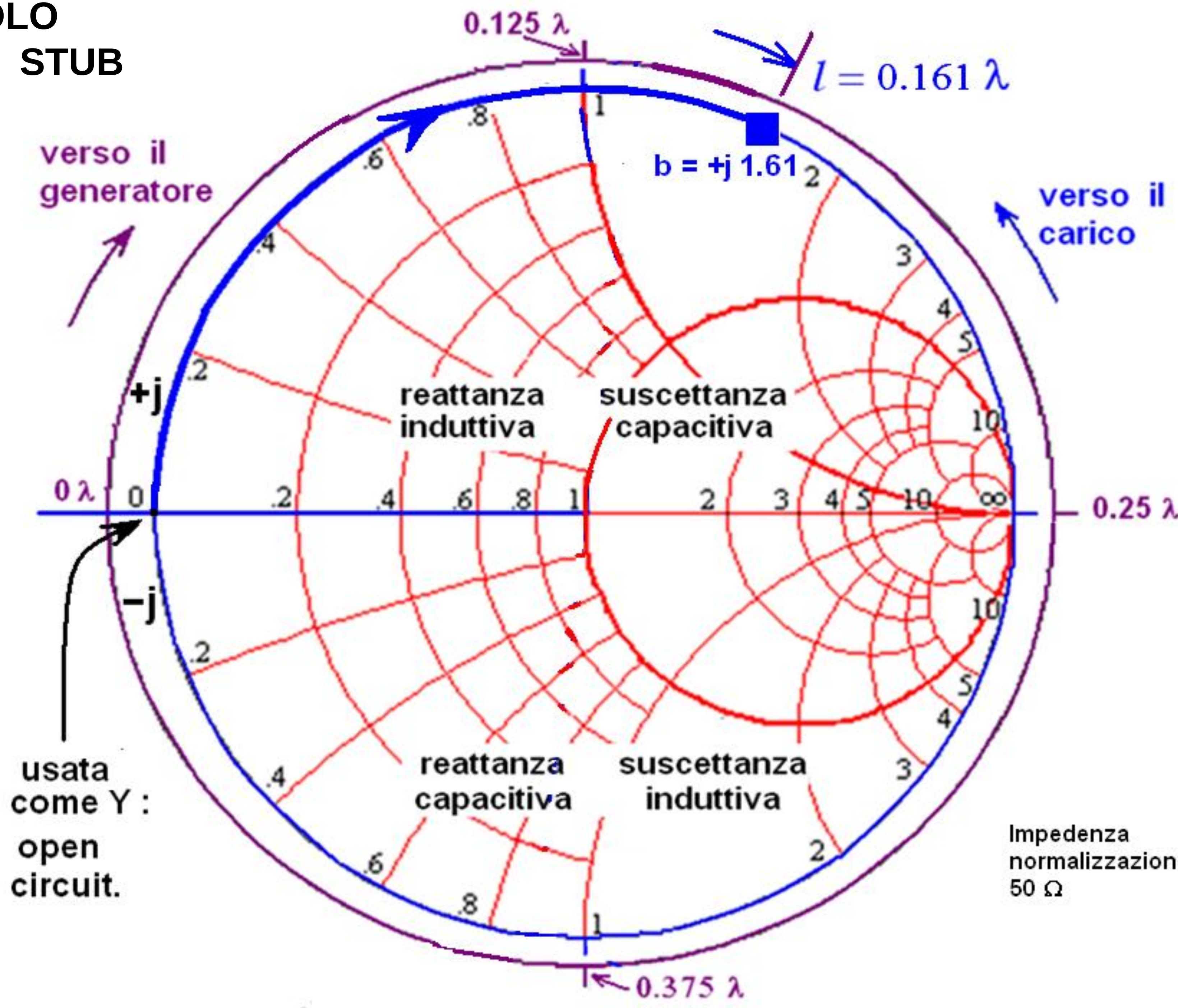
Corrispondentemente, b = 1/ -j 0.62 = j 0.61

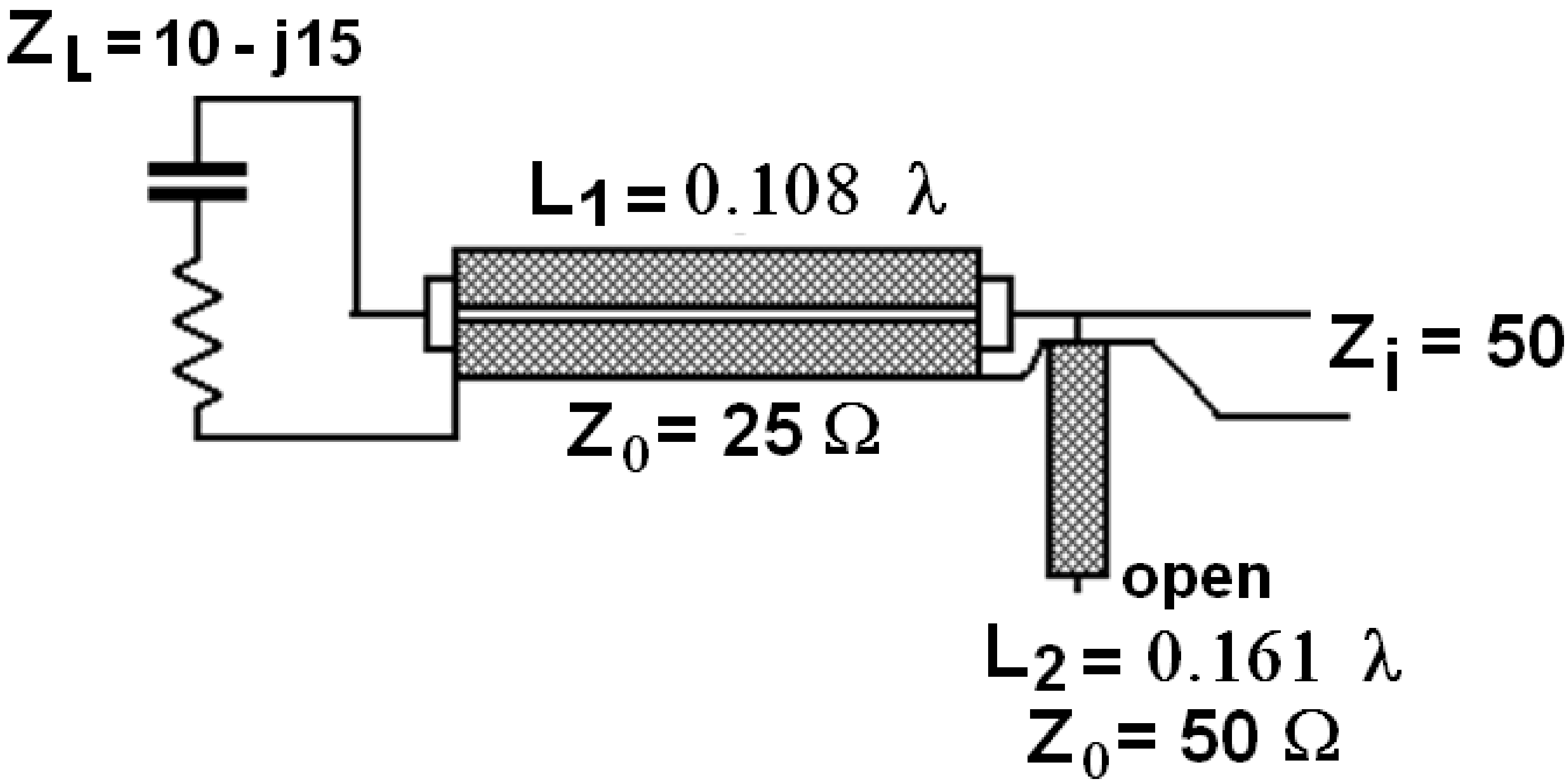
La lunghezza L2, osservata sulla Carta, diviene: L2 = 0.161 λ. (cavo 50 Ω)

CALCOLO DELLO STUB



CALCOLO DELLO STUB





Al termine, l'impedenza d'ingresso z_i diviene: $z_i = 2 + j\,0$ che, rinormalizzata, è $Z_i = 50\ \Omega$, come richiesto

ESERCIZIO 12

Determinare il circuito di matching per un transistor di potenza RF (145 MHz), con un Q = 10. L'impedenza d'ingresso è : 4 + j 4 Ω.

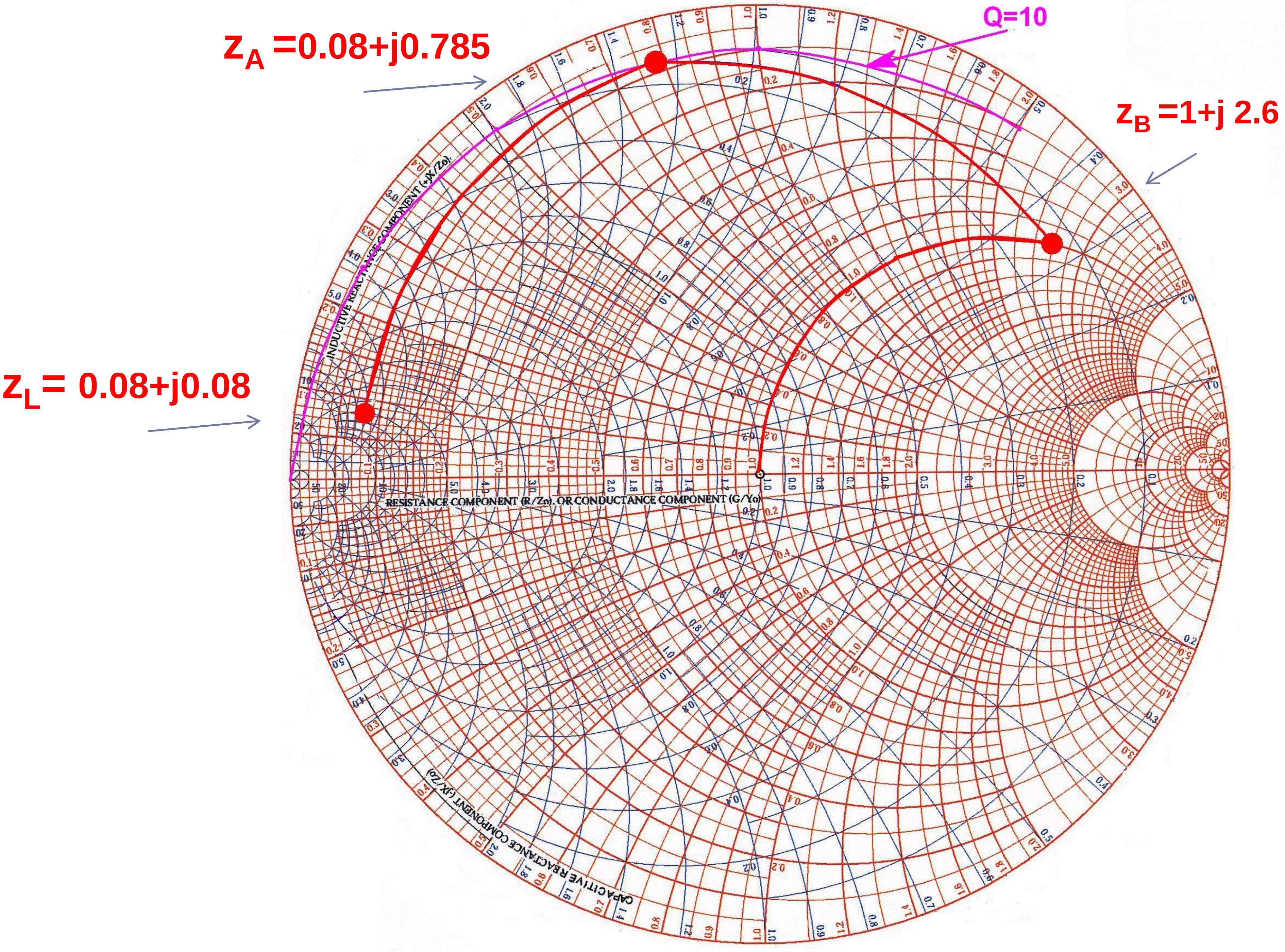
L'impedenza d'ingresso del transistor viene normalizzata a 50 Ω e diviene il punto di partenza del calcolo. Viene indicata con z_L.
Si ottiene: $z_L = 0.08 + j\,0.08$.

Si traccia la curva Q = 10.

Dal punto z_L sulla Carta di Smith si inserisce in serie una induttanza L1 sino a raggiungere la curva del Q = 10. Il punto, sulla Carta, è indicato con $z_A = 0.08 + j\,0.785$. (curva r = costante).

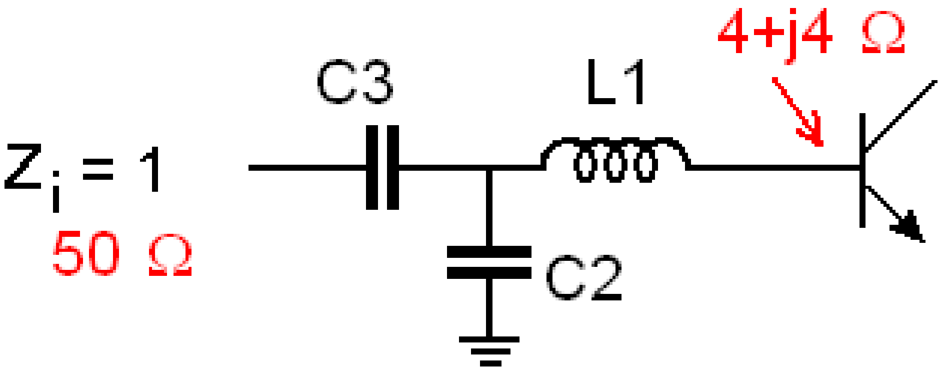
Si aggiunge, poi, in parallelo un condensatore C2 (curva g = costante) sino a raggiungere la circonferenza r = 1 nel punto $z_B = 1 + j\,2.6$.

Infine si cancella la reattanza rimanente con un condensatore in serie C3 sino a raggiungere il centro della Carta.



zA =0.08+j0.785
Q=10
zB =1+j 2.6
zL= 0.08+j0.08
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo)
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/Zo)

Il circuito di matching diviene:



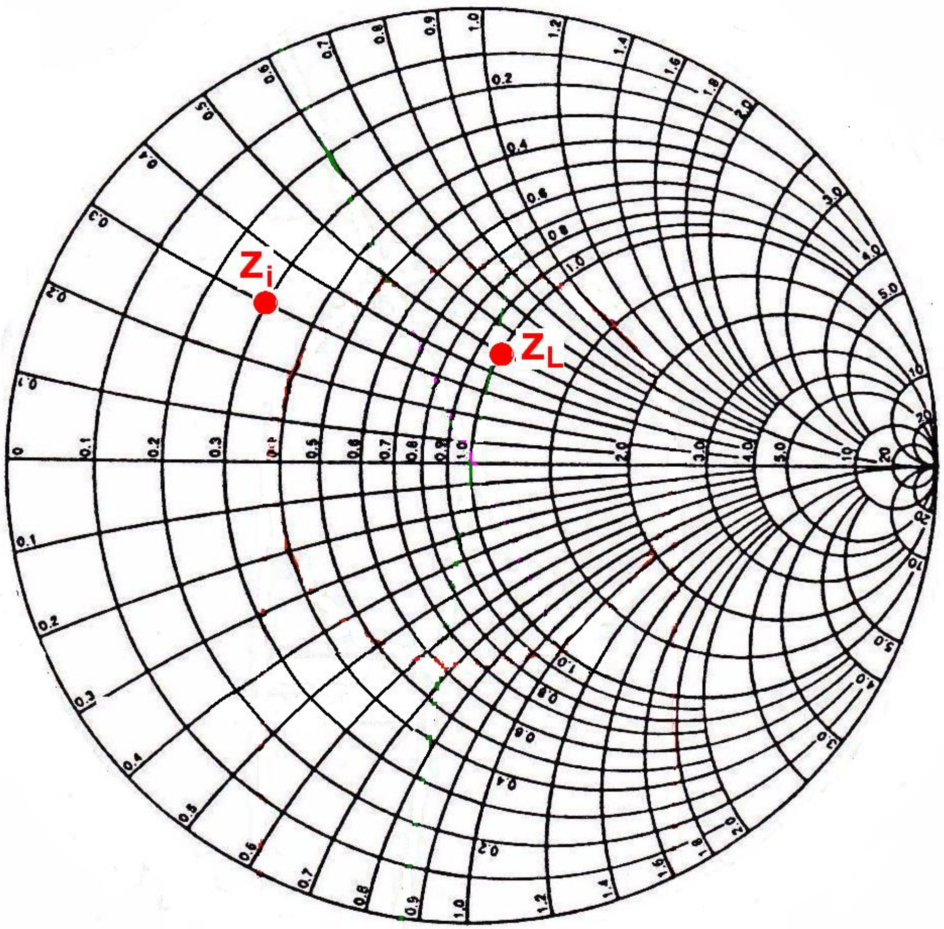
a 145 MHz

X_{L1} = 35.2 Ω	L1 = 38.7 μH
X_{C2} = 54 Ω	C2 = 20.3 pF
X_{C3} = 130 Ω	C3 = 8.4 pF

ESERCIZIO 13

L'impedenza normalizzata a 50 Ω di un carico sia $z_L = 1+j\,0.5$ a cui corrisponde una $y_L = 1/z_L = 0.8 - j\,0.4$

Si ricerchi un circuito di matching che presenti un'impedenza di ingresso di:
$z_i = 0.3 + j0.3$ ovvero una $y_i = 1.67 - j1.67$.



Si scelga di utilizzare componenti discreti non dissipativi (L o C) in circuiti passa-basso o passa-alto.

Occorre trovare un modo di spostamento da z_L a zi su circonferenze a r = costante e g = costante,

1) CIRCUITO PASSA-BASSO

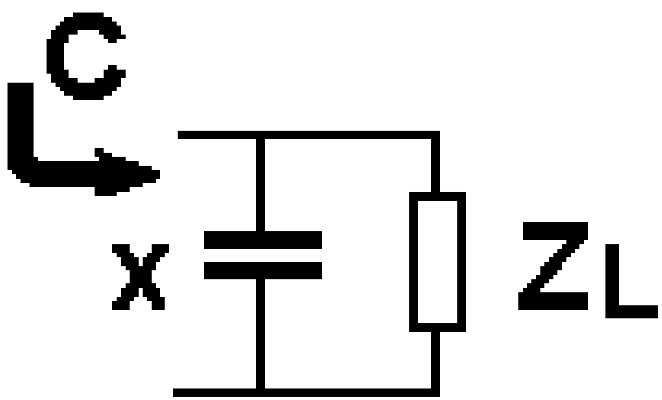
Occorre spostarsi da zL sulla circonferenza g=costante, in questo caso g = 0.8, in senso orario, sino ad incontrare la circonferenza r = 0.3 che passa anche dal punto di arrivo zi.

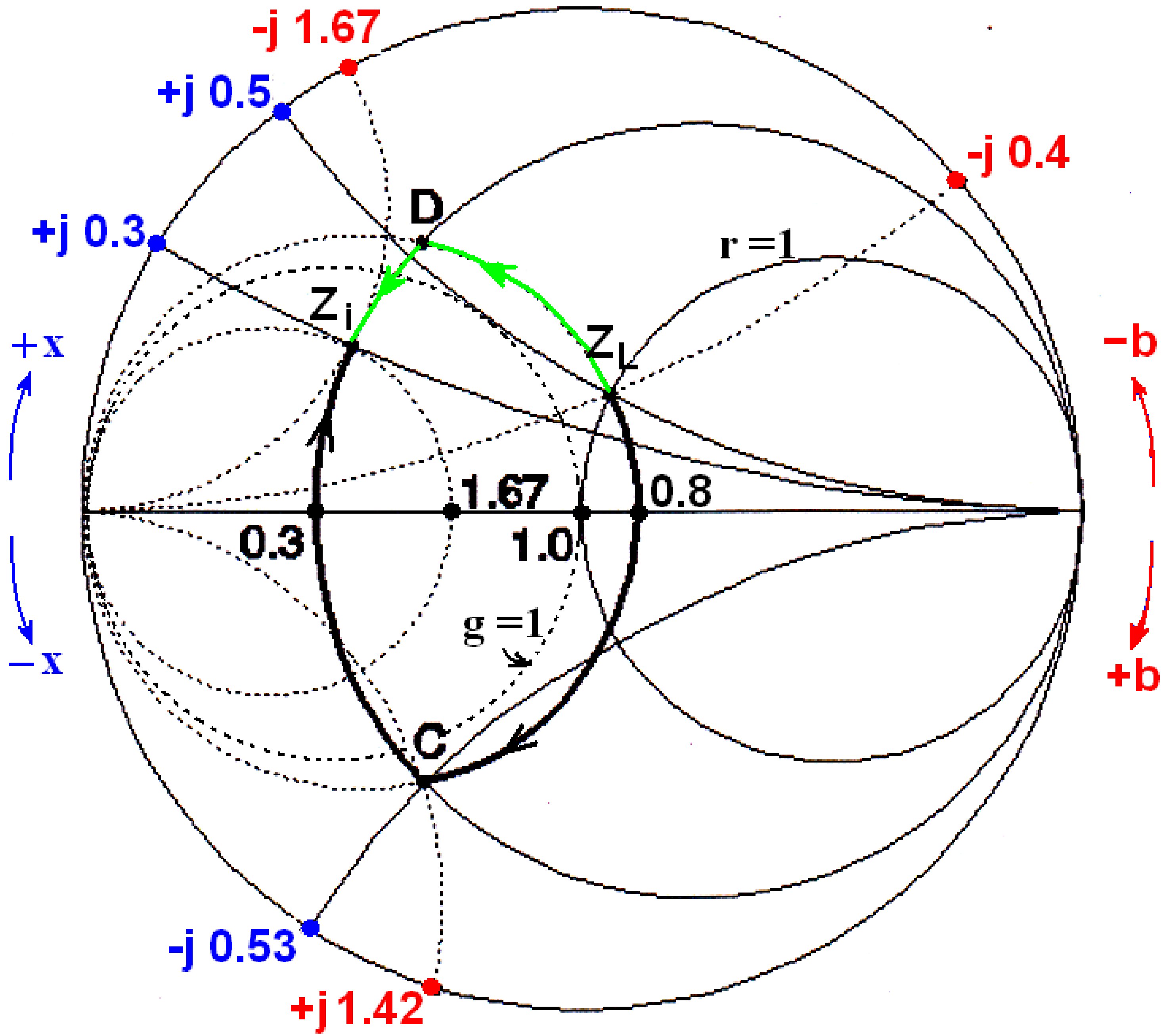
Il punto di arrivo è C di coordinate $z_C = 0.3 - j\,0.53$ ovvero $g_C = 0.8 + j1.42$.

La variazione di suscettanza dal punto di partenza z_L (b_L) al punto di arrivo C (b_C) diviene: $\Delta b = b_C - b_L = j\,1.42 - (-j\,0.4) = j1.82$.

Questo risultato è ottenibile con un condensatore messo in parallelo al carico di reattanza normalizzata: $x = 1/\Delta b = 1/j1.82 = -j\,0.549$.

De-normalizzando la reattanza diviene: $X = x*50 = -j\,27.45\ \Omega$ (capacitiva)





-j 1.67
+j 0.5
+j 0.3
-j 0.4
D
r =1
Z$_i$
Z$_L$
+x
−x
−b
+b
1.67
0.8
0.3
1.0
g =1
C
-j 0.53
+j 1.42

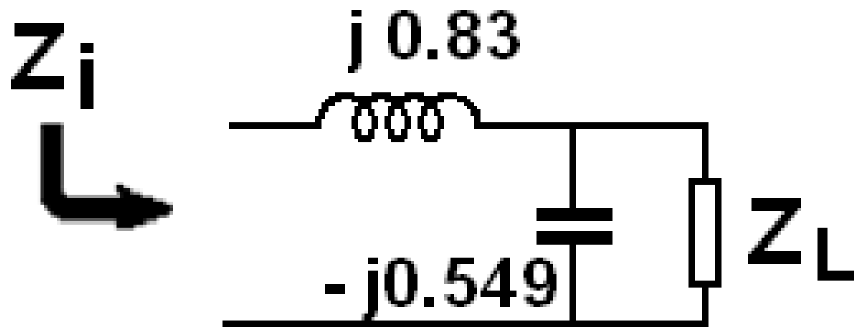
Dal punto C, procedendo su r = costante, in questo caso r = 0.3, con spostamento in senso orario (aggiunta in serie di un’induttanza) si arriva al punto di impedenza

$z_i = 0.3 + j0.3$ ovvero $y_i = 1.67 - j\,1.67$, come richiesto.

La variazione di reattanza in questo spostamento è :

$$\Delta x = x_L - x_C = j\,0.3 - (-\,j\,0.53) = j\,0.83\ .$$

De-normalizzando, la reattanza in serie è: $X = \Delta x \cdot 50 = j\,41.5\ \Omega$ (induttiva)

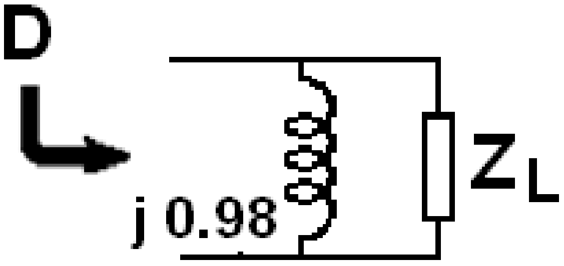


2) CIRCUITO PASSA-ALTO

Altra soluzione: dal punto $z_L = 1 + j\,0.5$ ovvero $y_L = 0.8 - j\,0.4$ occorre spostarsi su circonferenza g = costante, in questo caso g = 0.3, in senso antiorario (induttanza in parallelo) sino ad incontrare la circonferenza r = costante = 0.3 che passa anche da z_i (punto di arrivo). [sulla Carta di Smith percorso in verde].

Il punto di incontro è D di coordinate $z_D = 0.3 + j\,0.53$ ovvero $y_D = 0.8 - j\,1.42$.

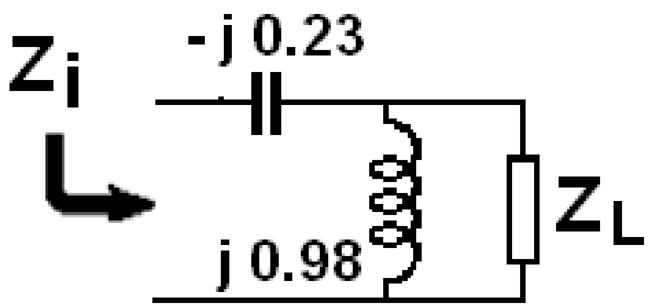
La variazione di suscettanza è : $\Delta b = b_D - b_L = -j\,1.42 - (-j\,0.4) = -j\,1.02$ ovvero una $\Delta x = 1/\Delta b = 1/-j1.02 = +j\,0.98$ (induttiva) che, de-normalizzata diviene $X = \Delta x \cdot 50 = 49\ \Omega$.



Dal punto D, procedendo in senso antiorario su r = costante (capacità in serie) si raggiunge il punto d'arrivo zi = 0.3 +j 0.3 , ovvero

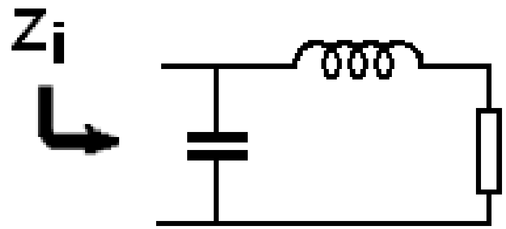
y_i = 1.67 – j 1.67.

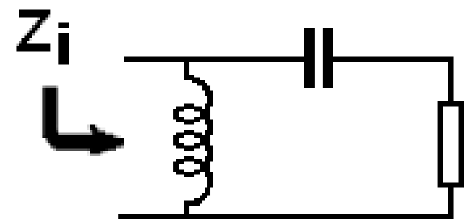
La variazione di reattanza è : $\Delta x = x_i - x_D$ = j 0.3 – j 0.53 = - j 0.23 che, de-normalizzata diviene: $X = \Delta x \cdot 50 = 11.5\ \Omega$ (capacitiva).



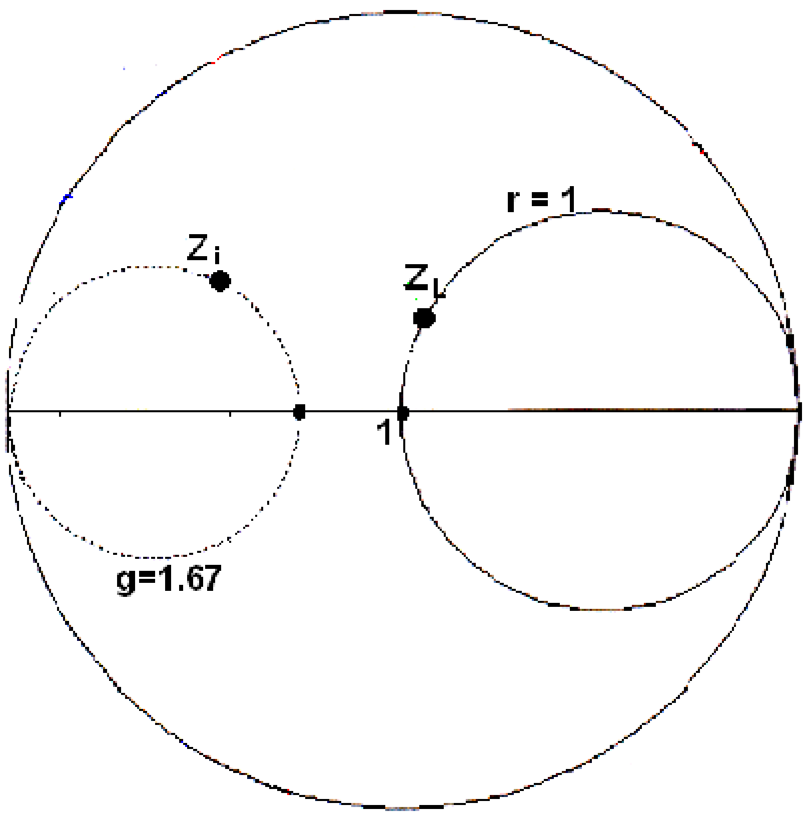
3) ALTRE SOLUZIONI CON COMPONENTI DISCRETI L e C

I circuiti del tipo:





non possono essere utilizzati con i valori di z_i e z_L di questo esempio perché le circonferenze r=1 (passaggio da z_L) e g = 1.67 (passaggio per z_i) non si incontrano.



ESERCIZIO 14 STUB IN SERIE

Una linea bifilare con Z0=200 Ω è chiusa su un carico di impedenza ZL = 400+j 400 Ω.
Trovare le condizioni di adattamento con stub in serie.

Normalizzando: ZL = 2+j 2 Z0 = 1

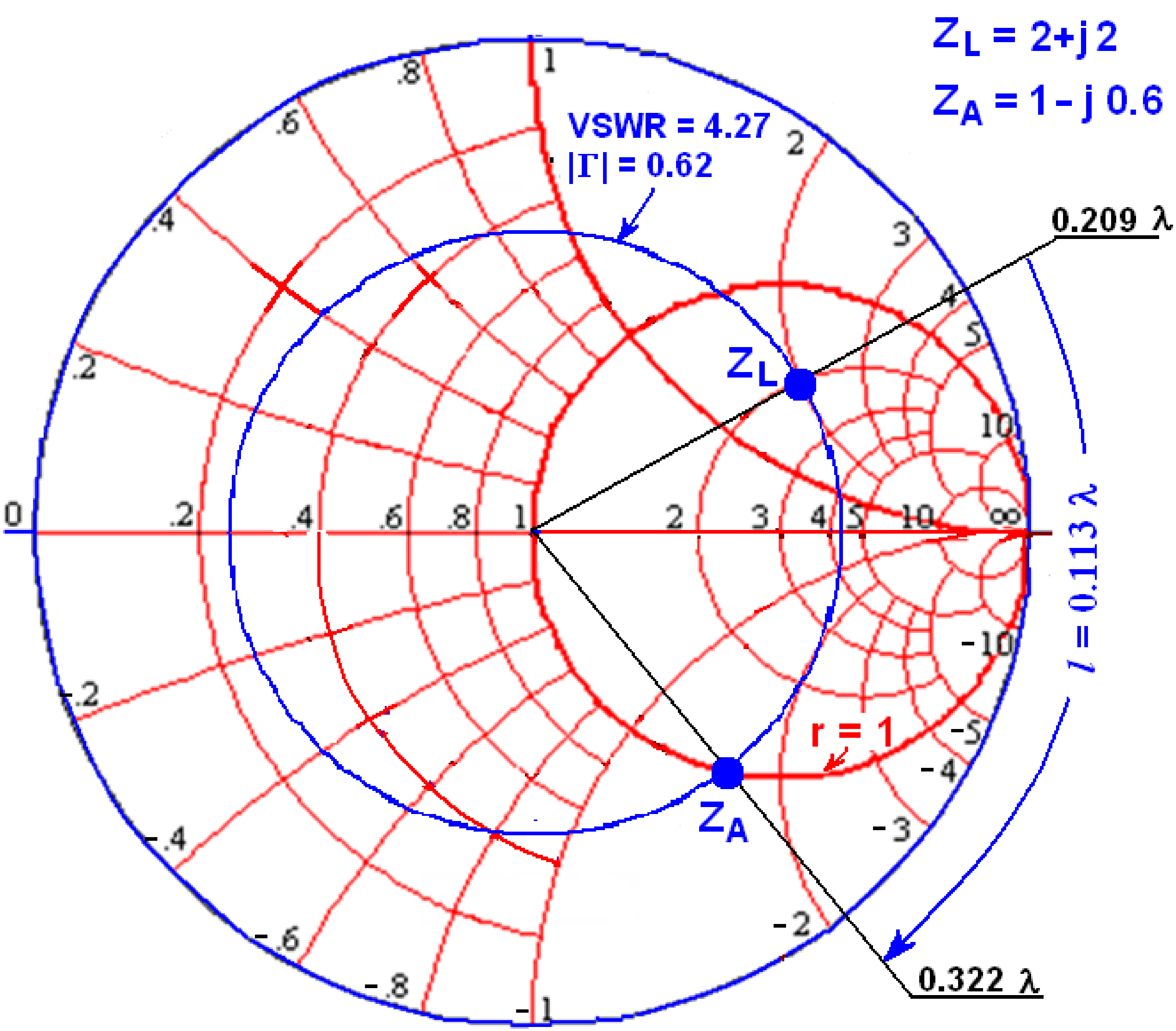
VSWR e Coefficiente di riflessione:

col calcolo:

$$\Gamma := \frac{ZL - Z0}{ZL + Z0} \qquad |\Gamma| = 0.62$$

$$VSWR := \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \qquad VSWR = 4.266$$

oppure riportando il punto zL sulla Carta di Smith



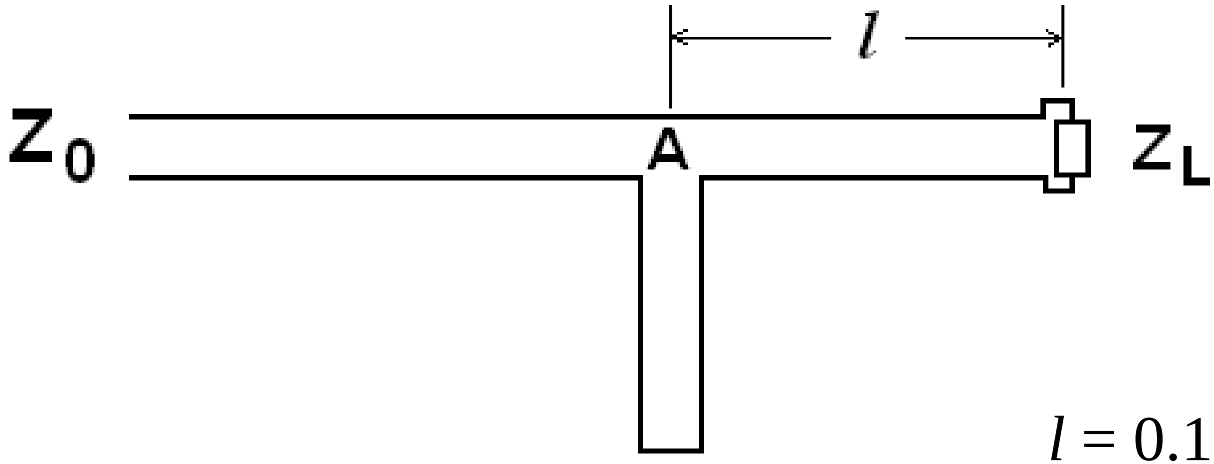
Z_L = 2+j 2
Z_A = 1 - j 0.6
VSWR = 4.27
|Γ| = 0.62
0.209 λ
0.322 λ
l = 0.113 λ
Z_L
Z_A
r = 1

Stub e carico sono posti in serie. Si utilizzerà la Carta di Smith delle impedenze.
Lo stub in serie, supposto senza perdite resistive, si comporta come una reattanza e può, quindi, variare solo la componente reattiva in linea. Per un possibile adattamento del carico, deve essere posizionato ad una distanza *l* dal carico dove l'impedenza abbia componente reale uguale alla impedenza Z0.

Dal punto zL sulla Carta ci si muove in senso orario (verso il generatore) sino ad incontrare la circonferenza r =1 , nel punto ZA di coordinate: zA = 1 - j 1.6 (E' il primo punto incontrato. Ce n'è un altro più lontano e tanti altri a distanze multiple di $\lambda/2$).

Sulla ghiera esterna della Carta si leggano direttamente le posizioni in unità di lunghezza d'onda. La distanza *l* dal carico, dove posizionare lo stub, è data dalla differenza delle due posizioni espresse in lambda

$$l = 0.322 - 0.209 = 0.113 \ \lambda$$



$l = 0.113\ \lambda$

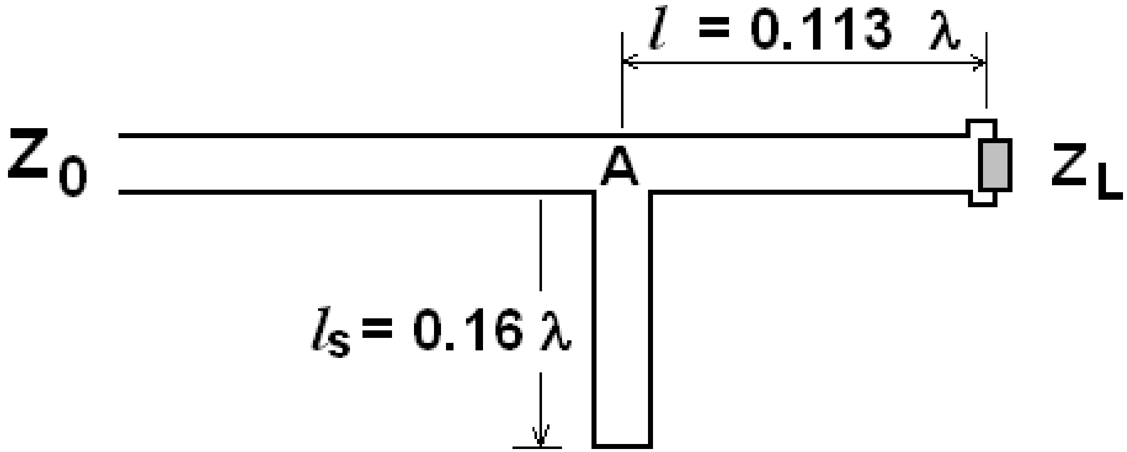
Trovata la distanza *l* dove collocare lo stub, occorre ora calcolare la reattanza che deve avere lo stub e la sua lunghezza.

Il valore della reattanza dello stub è esattamente uguale ed opposto al valore della impedenza della linea in A procurata dal valore del carico ZL e dalla distanza *l* dal carico stesso.

L 'impedenza normalizzata del punto A è (dalla Carta di Smith):

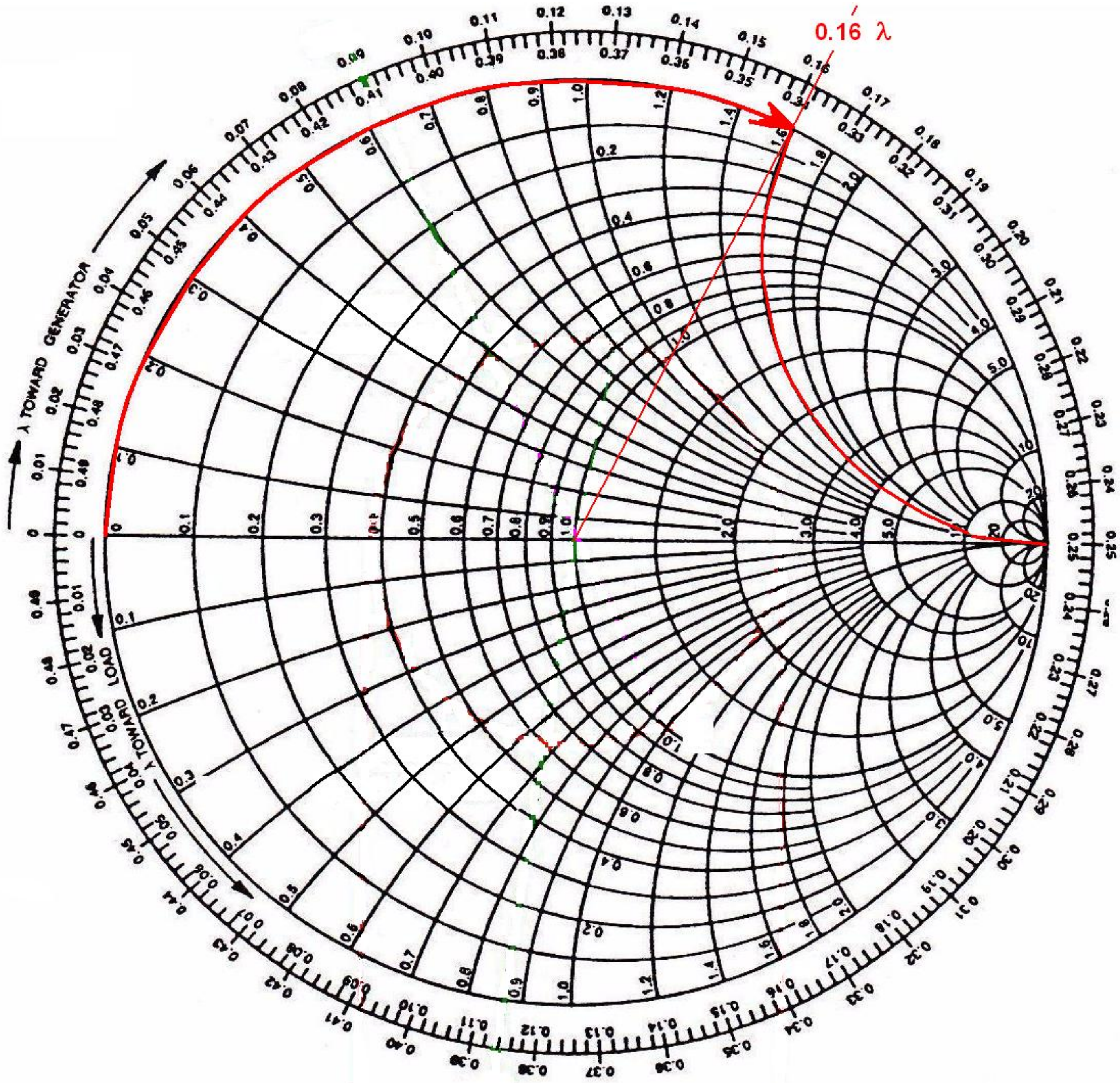
$$zA = 1 - j\,1.6$$

Allora lo stub dovrà avere reattanza normalizzata x = j 1.6



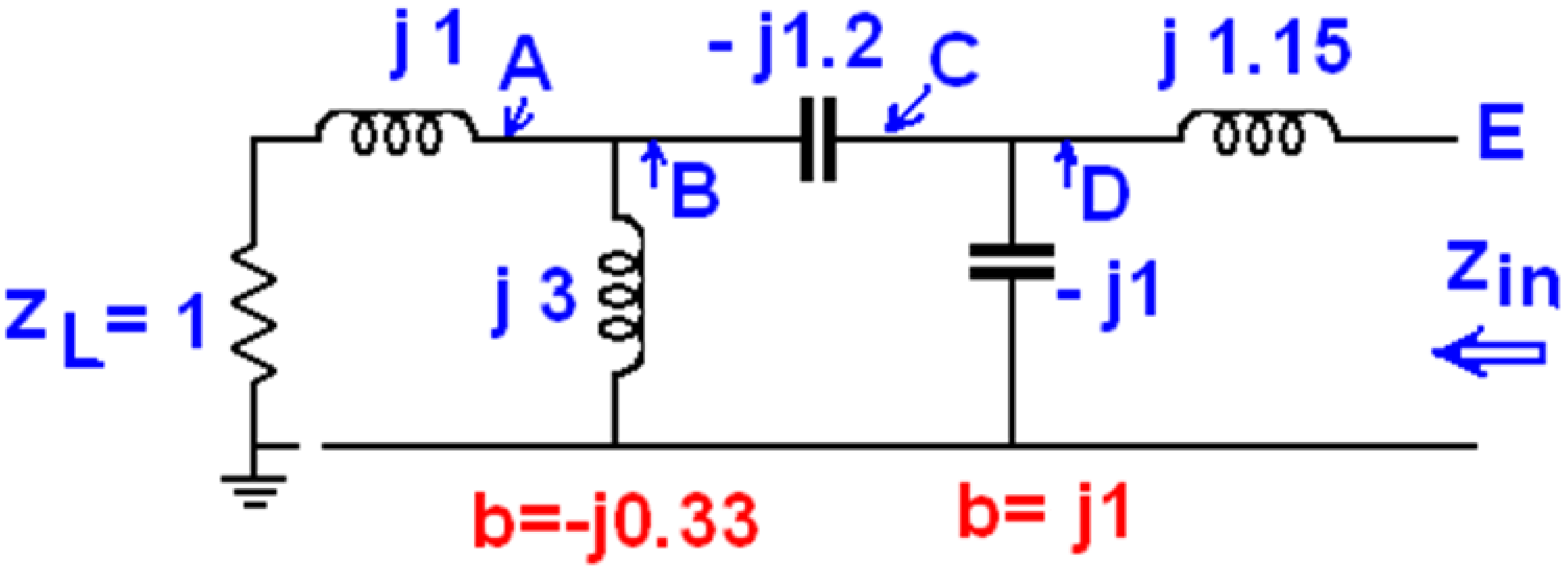
La lunghezza *ls* dello stub (sempre di impedenza Z0) si ottiene facilmente dalla stessa Carta partendo dal punto z =0 (corto circuito) e spostandosi in senso orario (verso il generatore) sulla circonferenza r = 0 sino ad incontrare il valore di reattanza x = +1.6.   Qui, in corrispondenza della ghiera esterna delle lunghezze d'onda, si trova il valore 0.16 λ.

E' questa la lunghezza che deve avere lo stub in corto circuito per cancellare la reattanza residua ed ottenere l’adattamento dal punto A e per tutta la linea sino al generatore.


0.16 λ
λ TOWARD GENERATOR
λ TOWARD LOAD

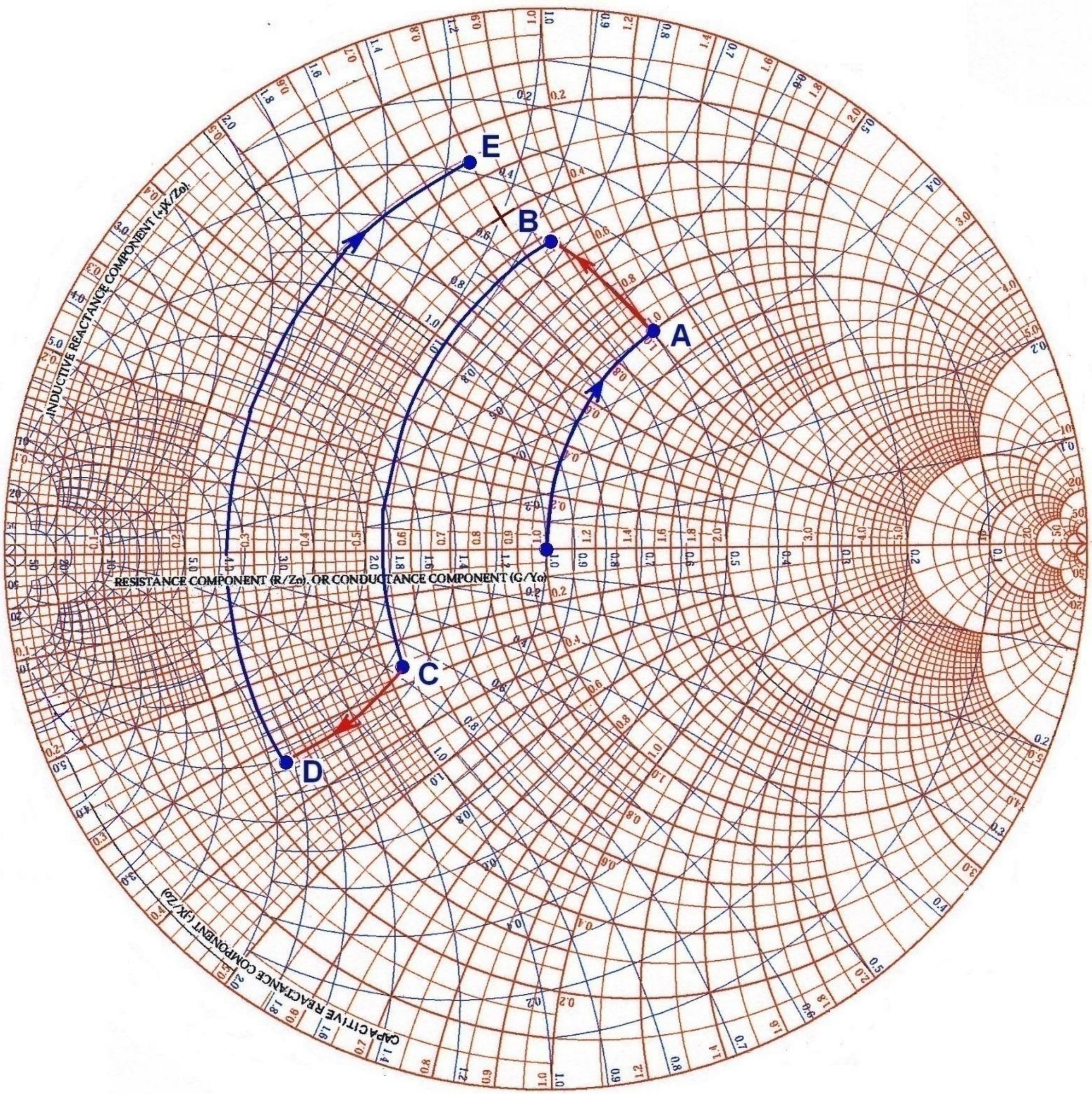
ESERCIZIO 15

IMPEDENZA D'INGRESSO DI UNA RETE



Valori delle impedenze normalizzate in colore blu

Valori delle ammettenze normalizzate in colore rosso



$z_L = 1 + j\,0$

A $z_A = 1 + j\,1$

$y_A = 0.5 – j\,0.5$

B $z_B = 0.53 + j\,0.88$

$y_B = 0.5 –j\,0.833$

C $z_C = 0.53 – j\,0.318$

$y_C = 1.39 + j\,0.833$

D $z_D = 0.26 – j\,0.35$

$y_D = 1.39 + j\,1.833$

E $z_E = 0.26+ j\,0.8$

$y_B = 0.367 –j\,1.125$

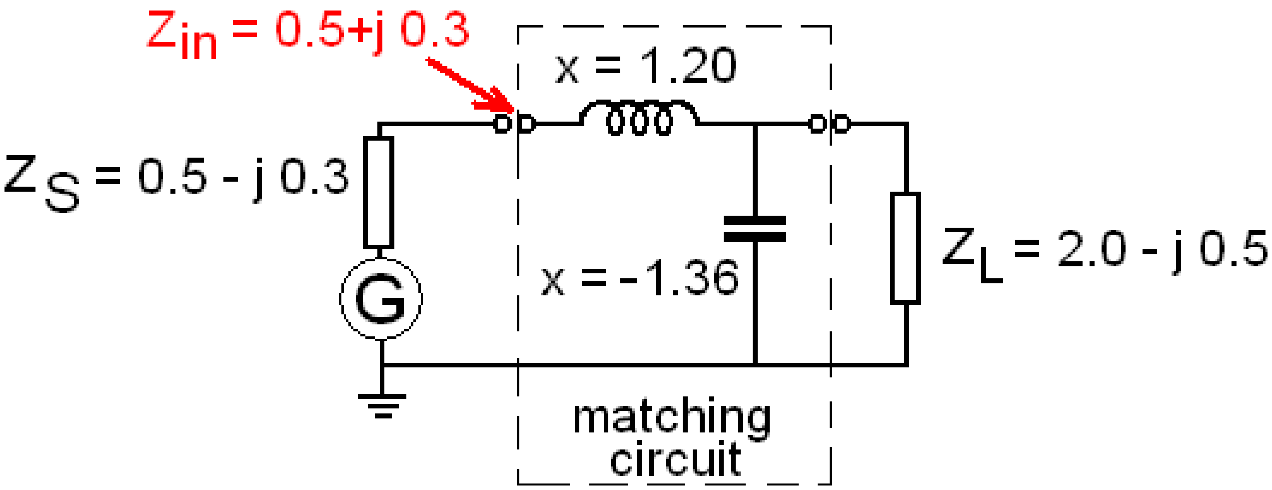
$z_{in} = E = 0.26 + j\,0.8$

Sulla Carta di Smith, partendo dal centro (l'impedenza del carico è z_L=1), inserendo il primo componente (L in serie) ci si sposta del valore x=1 su r=costante in senso orario (x è positiva) raggiungendo il punto A di coordinate: $z_A = 1+j1$.
Da qui, inserendo il secondo componente (L in parallelo) ci si sposta per un valore b=-0.33 in senso antiorario (b è negativa) sino a raggiungere il punto B di coordinate: $z_B = 0.53 + j\,0.88$.
Da qui, aggiungendo il terzo componente (C in serie) ci si sposta del valore x=-1.2 su r = costante in senso antiorario (x è negativa) sino a raggiungere il punto C di coordinate: $z_C = 0.53 - j\,0.318$.
Dal punto C, aggiungendo il quarto componente (C in parallelo) ci si sposta del valore b = 1 in senso orario (b è positiva) sino a raggiungere il punto D di coordinate : $z_D = 0.26 - j\,0.35$.
Infine, da qui, aggiungendo il quinto componente (L in serie) ci si sposta del valore x = 1.15 su r = costante in senso orario (x è positiva) sino a raggiungere il punto E che rappresenta l'impedenza normalizzata d'ingresso della rete, $z_{in} = 0.26 + j\,0.8$.

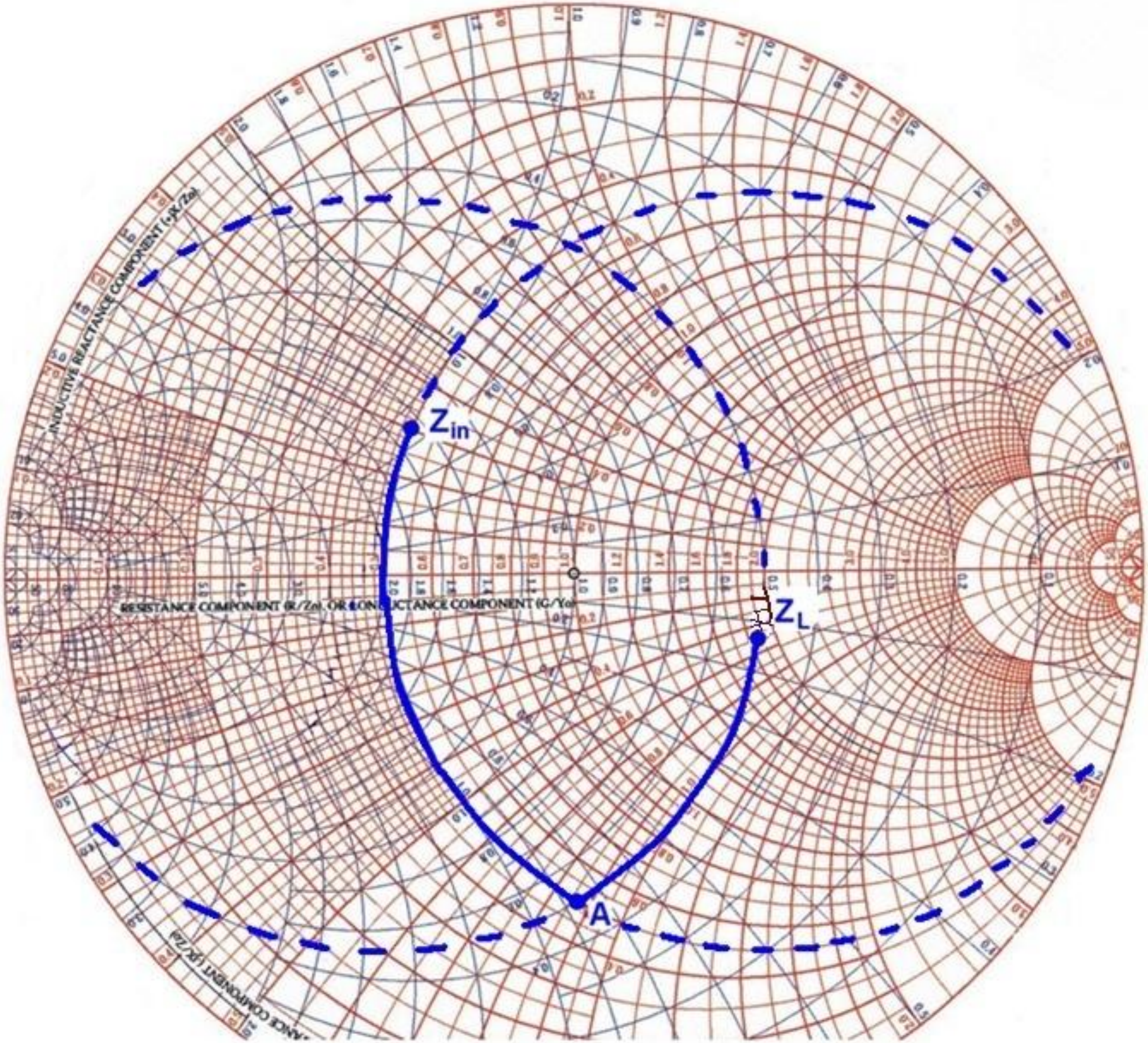
ESERCIZIO 16

CIRCUITO DI MATCHING TRA DUE IMPEDENZE (1° modo)

La Carta può essere usata per calcolare un circuito di matching tra due valori di impedenza (z_S e z_L) al fine di ottenere il massimo trasferimento di potenza. In genere si usa un modo low-pass.



L'impedenza di ingresso del circuito di matching z_{in} deve essere complesso-coniugata dell'impedenza z_s della sorgente.



$z_L = 2 - j\,0.5$

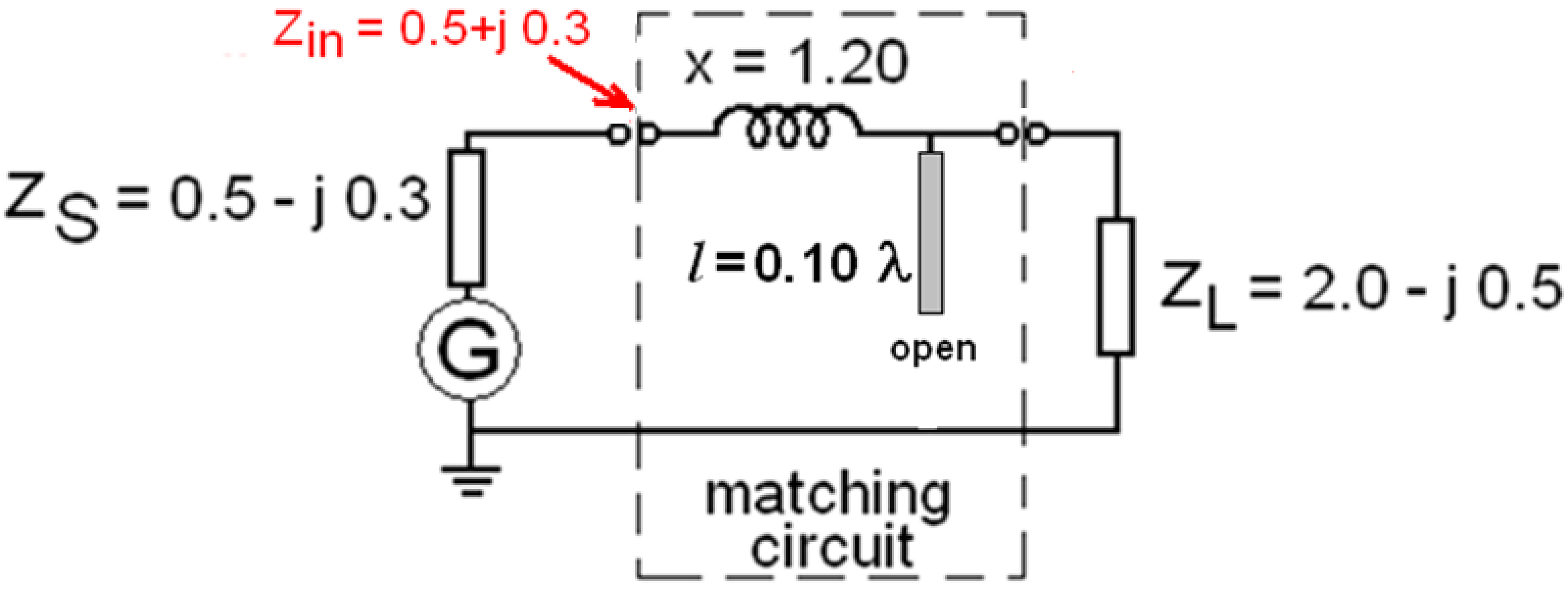
$z_A = 0.496 - j\,0.899$
$b_A = 0.47 + j\,0.853$

$z_{in} = 0.5 + j\,0.3$

Con un circuito di matching a due solo componenti si può operare in questo modo:
-) indicare il punto z_L sulla Carta. Qui è : $z_L = 2 – j\ 0.5$ ovvero $y_L = 0.47 +j\ 0.118$.
-) disegnare anche il punto di arrivo z_{in} (valori normalizzati) che è il valore complesso-coniugato dell'impedenza della sorgente zs.
Qui è : $z_{in} = zs^* = 0.5 + j\ 0.3$ ovvero $y_{in} = 1.47 – j\ 0.895$.
-) tracciare le circonferenze r=costante e g=costante passanti rispettivamente per z_{in} e per z_L .
-) una possibile soluzione (low-pass con circuito LC serie-parallelo) consente, partendo da punto z_L e muovendo su curva g=costante in senso orario , di arrivare al punto A di intersezione con la curva r=costante passante per z_{in}.
Lo spostamento in senso orario su curva g=costante corrisponde ad aggiungere un componente in parallelo a suscettanza positiva (capacità in parallelo).
-) dal punto A (di coordinate $z_A= 0.496 –j\ 0.899$ ovvero $y_A=0.470 +j\ 0.853$) ci si sposta in senso orario su curva r=costante sino al punto Zin . Questo corrisponde ad aggiungere in serie ,verso il generatore , una reattanza positiva.
-) La differenza dei valori delle b e delle x tra i punti di arrivo e di partenza identifica i valori della suscettanza e della reattanza dei componenti inseriti.
Qui risulta (valori normalizzati approssimati):
$\Delta b = (0.853 – 0.118) = + 0.73$ (capacità in parallelo)
di reattanza capacitiva : $x = 1/\Delta b = -1.36$
$\Delta x = (0.3 – (-0.899)) = +1.20$ (induttanza in serie)

CIRCUITO DI MATCHING TRA DUE IMPEDENZE (1° modo - variante)

La reattanza normalizzata di $x=-1.36$, oltre che da un componente discreto (condensatore) può essere ottenuta da uno spezzone di cavo posto in parallelo di lunghezza $l = 0.1\ \lambda$ (e impedenza caratteristica normalizzata $z_0 = 1$) che, come da tabella seguente, manifesta una reattanza capacitiva di circa $x = -1.36$.



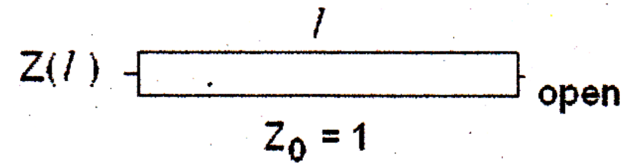
La reattanza induttiva $x=1.20$ non può, invece, essere sostituita da spezzoni di cavo aperto od in corto all'altro estremo. La reattanza è infatti chiusa alle estremità da valori di impedenza ben definiti e qui calcolati.

REATTANZA E SUSCETTANZA NORMALIZZATE ($Z_0 = 1$) di OPEN STUB e SHORT STUB

CAVO SENZA PERDITE

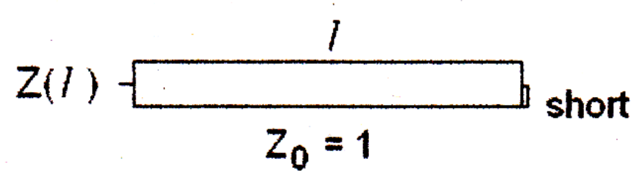
Lunghezza [lambda]	Open end Z	Open end Y	Short end Z	Short end Y
0	- ∞	0	0	- ∞
0.005	-j 31.82	+j 0.031	+j 0.031	-j 31.82
0.010	-j 15.895	+j 0.063	+j 0.063	-j 15.895
0.015	-j 10.579	+j 0.095	+j 0.095	-j 10.579
0.020	-j 7.916	+j 0.126	+j 0.126	-j 7.916
0.025	-j 6.314	+j 0.158	+j 0.158	-j 6.314
0.030	-j 5.242	+j 0.191	+j 0.191	-j 5.242
0.035	-j 4.474	+j 0.224	+j 0.224	-j 4.474
0.040	-j 3.895	+j 0.257	+j 0.257	-j 3.895
0.045	-j 3.442	+j 0.291	+j 0.291	-j 3.442
0.050	-j 3.078	+j 0.325	+j 0.325	-j 3.078
0.055	-j 2.778	+j 0.360	+j 0.360	-j 2.778
0.060	-j 2.526	+j 0.396	+j 0.396	-j 2.526
0.065	-j 2.311	+j 0.433	+j 0.433	-j 2.311
0.070	-j 2.125	+j 0.471	+j 0.471	-j 2.125
0.075	-j 1.963	+j 0.510	+j 0.510	-j 1.963
0.080	-j 1.819	+j 0.550	+j 0.550	-j 1.819
0.085	-j 1.691	+j 0.591	+j 0.591	-j 1.691
0.090	-j 1.576	+j 0.635	+j 0.635	-j 1.576
0.095	-j 1.471	+j 0.680	+j 0.680	-j 1.471
0.100	-j 1.376	+j 0.727	+j 0.727	-j 1.376
0.105	-j 1 289	+j 0.776	+j 0.776	-j 1 289
0.110	-j 1.209	+j 0.827	+j 0.827	-j 1.209
0.115	-j 1.134	+j 0.882	+j 0.882	-j 1.134
0.120	-j 1.065	+j 0.939	+j 0.939	-j 1.065
0.125	-j 1.000	+j 1.000	+j 1.000	-j 1.000
0.130	-j 0.939	+j 1.065	+j 1.065	-j 0.939
0.135	-j 0 882	+j 1.134	+j 1.134	-j 0 882

OPEN STUB



$$\boxed{Z(l) = -j\,\frac{1}{\tan(2\pi l)}}$$

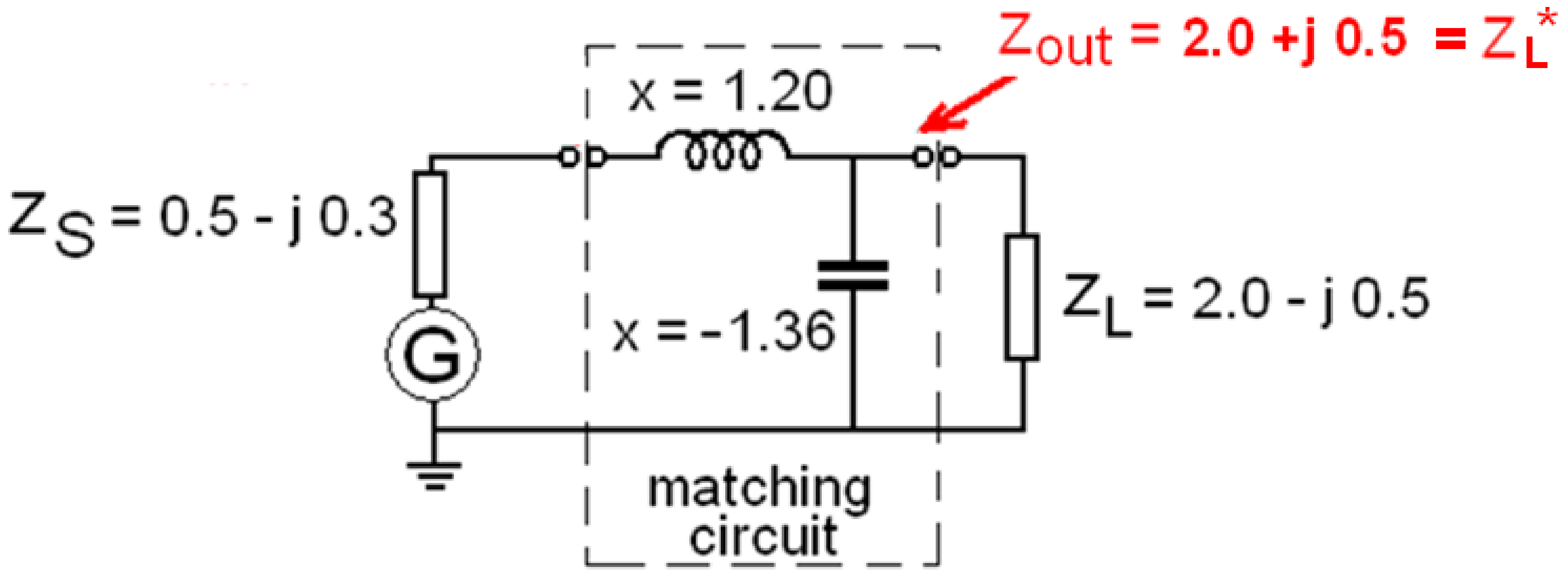
SHORT STUB



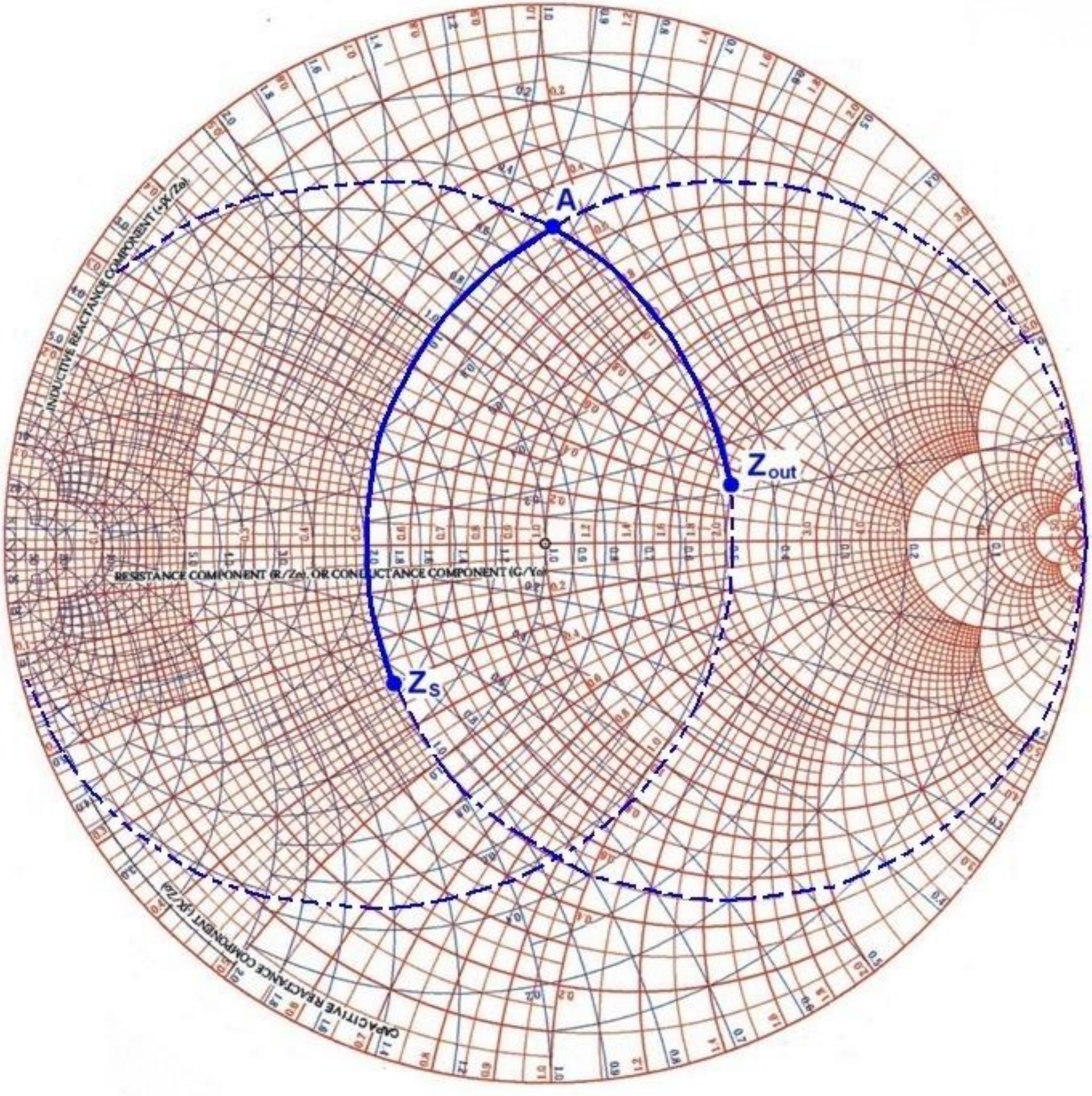
$$\boxed{Z(l) = j\,\tan(2\pi l)}$$

CIRCUITO DI MATCHING TRA DUE IMPEDENZE (2° modo)

Lo stesso problema di matching può essere visto in modo similare: trovare il circuito (sarà identico al precedente) che permetta un matching perfetto tra la Z_S (impedenza della sorgente) e la Z_L (impedenza del carico).



In questo caso, l'impedenza di uscita del circuito di matching dovrà essere complesso-coniugata dell'impedenza del carico ZL.



A
Z_{out}
Z_S
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo)
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/Zo)

Si proceda in modo analogo:

-) indicare il punto zs sulla Carta. Qui è: zs = 0.5 – j 0.3   (ys = 1.47+j 0.88) .

-) disegnare anche il punto di arrivo zout (valori normalizzati) che è il valore complesso coniugato dell'impedenza del carico z_L.
Qui è : $z_{out} = z_L^* = 2 + j\,0.5$ (ovvero yout = 0.47 –j 0.118).

-) tracciare le circonferenze r=costante e g=costante passanti rispettivamente per zs e zout.

-) la possibile soluzione (low pass con circuito LC serie-parallelo) consente partendo dal punto zs , muovendo su r = costante in senso orario, di arrivare al punto A di intersezione con la curva g=costante passante per zout.
Lo spostamento in senso orario su curva r = costante corrisponde ad inserire una componente reattiva positiva (induttanza) in serie.

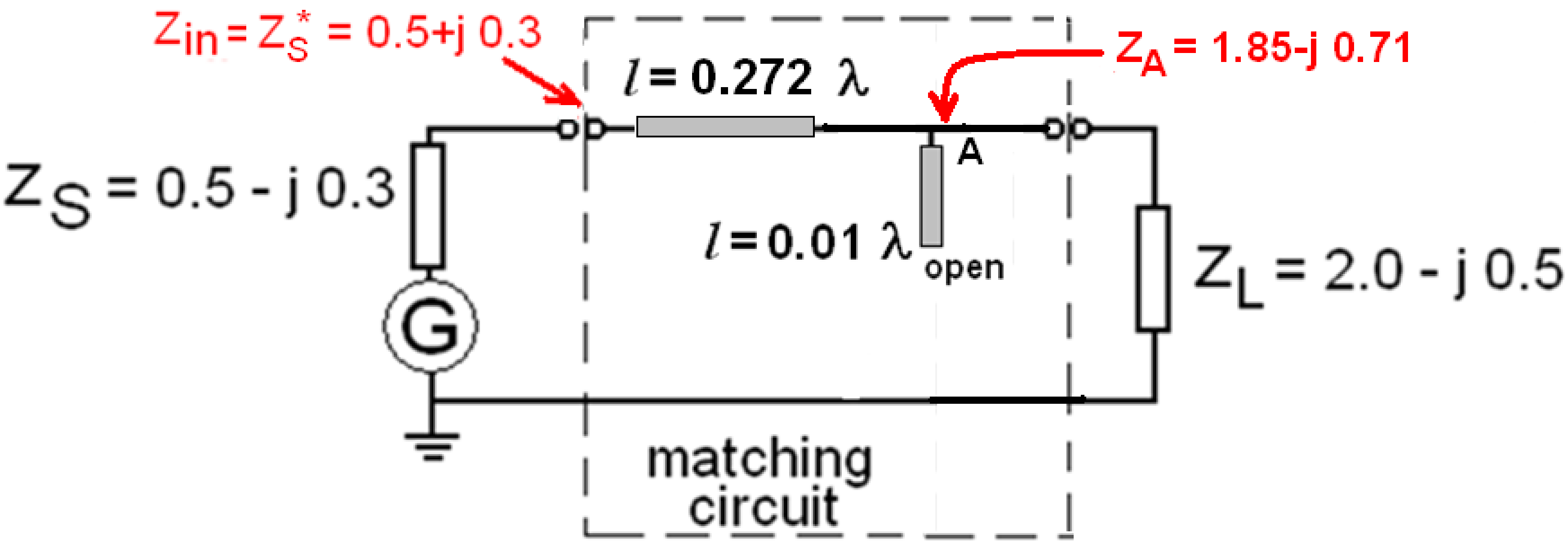
-) dal punto A (di coordinate: $z_A = 0.5 + j\,0.9$ ovvero $y_A = 0.47 - j\,0.85$) ci si sposta in senso orario su curva g = costante per arrivare al punto zout.
Ciò corrisponde ad inserire un componente in parallelo di suscettanza positiva (condensatore).

-) La differenza dei valori delle b o delle x tra i punti di arrivo e di partenza identifica i valori dell'induttanza serie e della capacità in parallelo di questo circuito di matching..
Qui risulta:
$\Delta x = 0.9 - (-0.3) = +1.20$ (induttanza in serie)
$\Delta b = -j\,0.118 - (-j\,0.85) = +0.73$
(capacità in parallelo di reattanza capacitiva $x = 1/y = -1.36$)

CIRCUITO DI MATCHING TRA DUE IMPEDENZE (3° modo)

Il problema è sempre quello: spostarsi da Z_L a Z_S* interponendo componenti discreti in serie/parallelo o spezzoni di linea.
Qui è: $Z_L = 2 - j\,0.5$ ($Y_L = 0.471 + j\,0.118$) e $Z_S^* = 0.5 + j\,0.3$ (valori normalizzati).

Volendo utilizzare uno spezzone di linea in serie per simulare la reattanza induttiva, il circuito diviene:



La lunghezza degli spezzoni di linea è così calcolata:

- Occorre tracciare sulla Carta la circonferenza-ammettenza che passa par Z_L.
- Volendo utilizzare uno spezzone di linea in serie per raggiungere il valore Z_S*, occorre tracciare la circonferenza di **|Γ|** = costante che passa per Z_S*..

Il valore del coefficiente di riflessione |Γ| è:

$$|\Gamma| = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} = 0.381$$

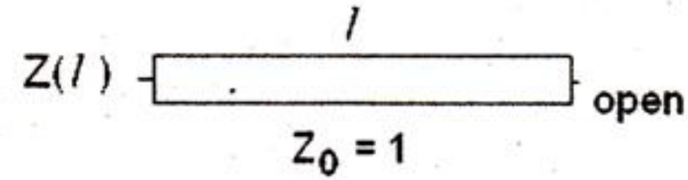
- Le due circonferenze (vedi Carta che segue) si incontrano in due punti. Scegliamo il punto A di coordinate (Z_A = 1.85 - j 0.71 ovvero Y_A = 0.471+j 0.181)
- Passando da Z_L a Z_A su circonferenza a g=costante (componente reattivo in parallelo), la suscettanza è aumentata da +0.118 a +0.181 con una variazione Δb = 0.063 indicando la necessità di un componente in parallelo di tipo capacitivo di reattanza: z = 1/b = -15.9 (sempre valori normalizzati).
- Questa reattanza capacitiva può essere ottenuta con uno spezzone di linea posto in parallelo ed aperto all'altra estremità di impedenza caratteristica normalizzata Z_0=1 e lunghezza l = 0.01 λ (vedere tabella)
- Dal punto A si può raggiungere il punto di arrivo Z_S* con spostamento orario (verso il generatore) su circonferenza |Γ| = 0.381 ovvero ottenuto con uno spezzone di linea lungo l = 0.272 λ , come si può osservare dalla Carta.

REATTANZA E SUSCETTANZA NORMALIZZATE ($Z_0 = 1$) di OPEN STUB e SHORT STUB

CAVO SENZA PERDITE

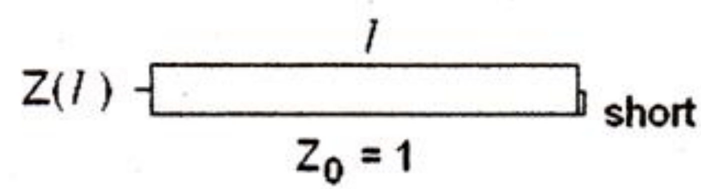
Lunghezza [lambda]	Open end Z	Open end Y	Short end Z	Short end Y
0	- ∞	0	0	- ∞
0.005	-j 31.82	+j 0.031	+j 0.031	-j 31.82
0.010	-j 15.895	+j 0.063	+j 0.063	-j 15.895
0.015	-j 10.579	+j 0.095	+j 0.095	-j 10.579
0.020	-j 7.916	+j 0.126	+j 0.126	-j 7.916
0.025	-j 6.314	+j 0.158	+j 0.158	-j 6.314
0.030	-j 5.242	+j 0.191	+j 0.191	-j 5.242
0.035	-j 4.474	+j 0.224	+j 0.224	-j 4.474
0.040	-j 3.895	+j 0.257	+j 0.257	-j 3.895
0.045	-j 3.442	+j 0.291	+j 0.291	-j 3.442
0.050	-j 3.078	+j 0.325	+j 0.325	-j 3.078
0.055	-j 2.778	+j 0.360	+j 0.360	-j 2.778
0.060	-j 2.526	+j 0.396	+j 0.396	-j 2.526
0.065	-j 2.311	+j 0.433	+j 0.433	-j 2.311
0.070	-j 2.125	+j 0.471	+j 0.471	-j 2.125
0.075	-j 1.963	+j 0.510	+j 0.510	-j 1.963
0.080	-j 1.819	+j 0.550	+j 0.550	-j 1.819
0.085	-j 1.691	+j 0.591	+j 0.591	-j 1.691
0.090	-j 1.576	+j 0.635	+j 0.635	-j 1.576
0.095	-j 1.471	+j 0.680	+j 0.680	-j 1.471
0.100	-j 1.376	+j 0.727	+j 0.727	-j 1.376
0.105	-j 1 289	+j 0.776	+j 0.776	-j 1 289
0.110	-j 1.209	+j 0.827	+j 0.827	-j 1.209
0.115	-j 1.134	+j 0.882	+j 0.882	-j 1.134
0.120	-j 1.065	+j 0.939	+j 0.939	-j 1.065
0.125	-j 1.000	+j 1.000	+j 1.000	-j 1.000
0.130	-j 0.939	+j 1.065	+j 1.065	-j 0.939
0.135	-j 0 882	+j 1.134	+j 1.134	-j 0 882
......	......	......	......	......

OPEN STUB

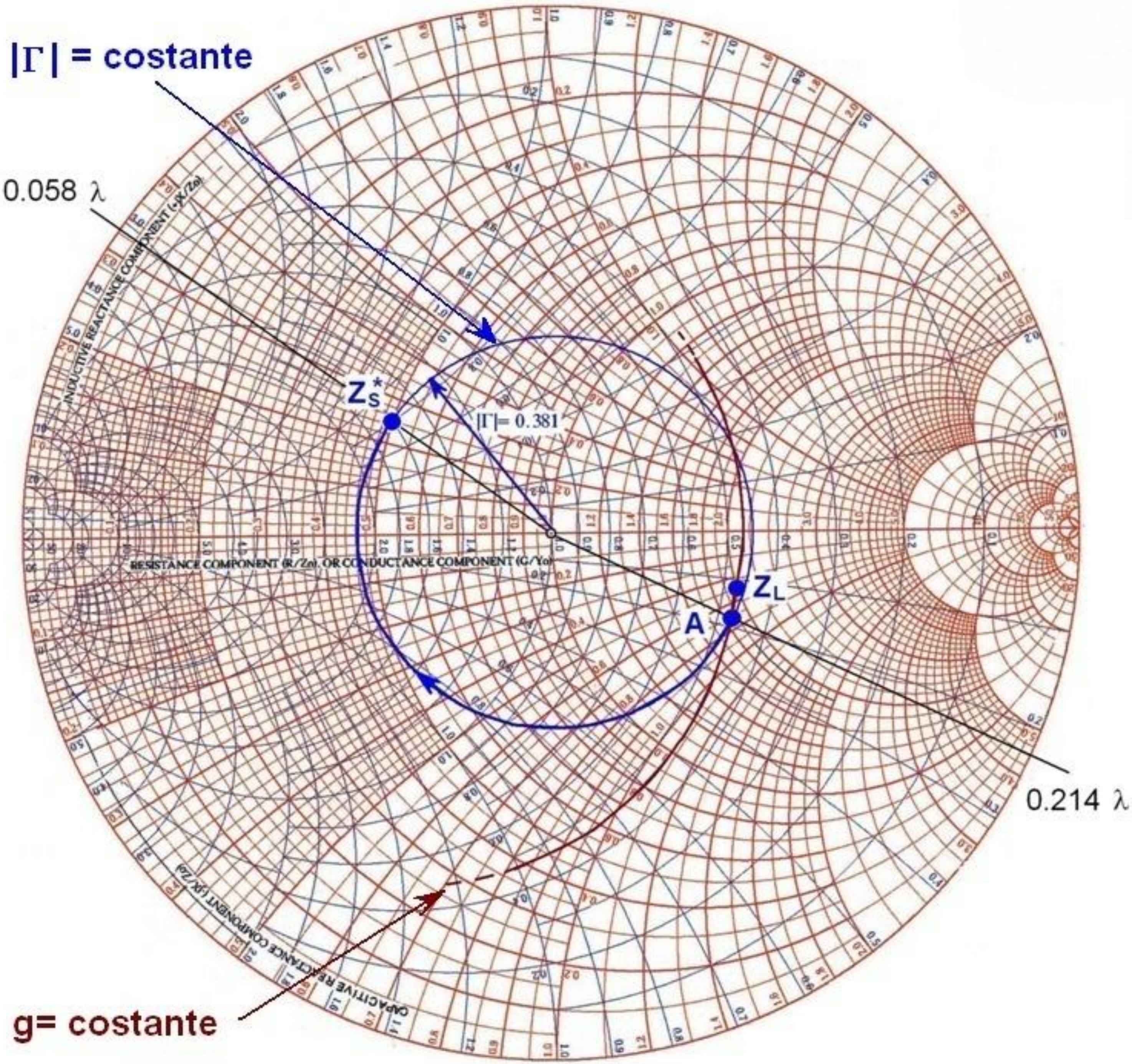


$$\boxed{Z(l) = -j\,\frac{1}{\tan(2\pi l)}}$$

SHORT STUB



$$\boxed{Z(l) = j\tan(2\pi l)}$$



$Z_L = 2 - j\,0.5$
$Y_L = 0.471 + j0.118$

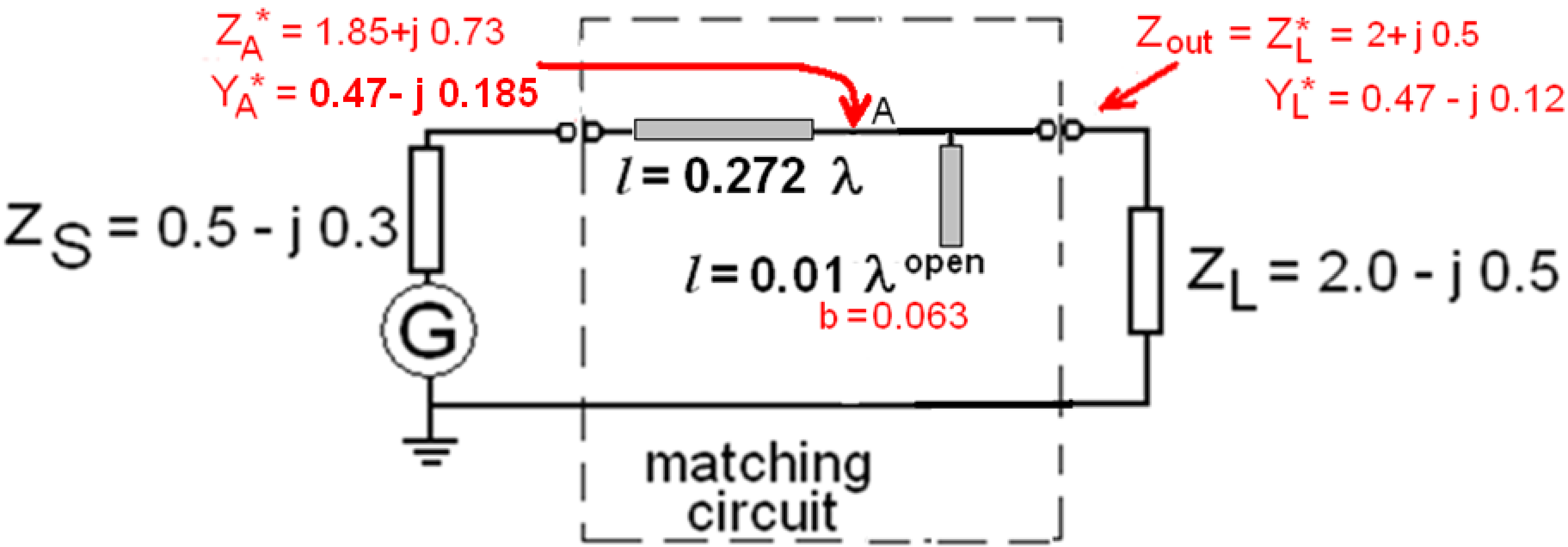
$Z_A = 1.85 - j\,0.71$
$Y_A = 0.471 + j0.181$

$Z_S^* = 0.5 + j0.3$

l = (0.058+0.214) = 0.272 λ

CIRCUITO DI MATCHING TRA DUE IMPEDENZE (3° modo – altra variante)

Il problema qui è sempre lo stesso: spostarsi da Z_S a Z_L* interponendo componenti discreti in serie/parallelo o spezzoni di linea.
Qui è: $Z_S = 0.5 - j\,0.3$ ($Y_S = 1.471 + j\,0.882$) e $Z_L^* = 2+j\,0.5$ ($Y_L^* = 0.471- j\,0.118$) (valori normalizzati).
Il circuito è:



- Volendo utilizzare uno spezzone di linea in serie per raggiungere Z_A* occorre tracciare la circonferenza di $|\Gamma|$ = costante che passa per Z_S

Il valore del coefficiente di riflessione $|\Gamma|$ è:

$$|\Gamma| = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} = 0.381$$

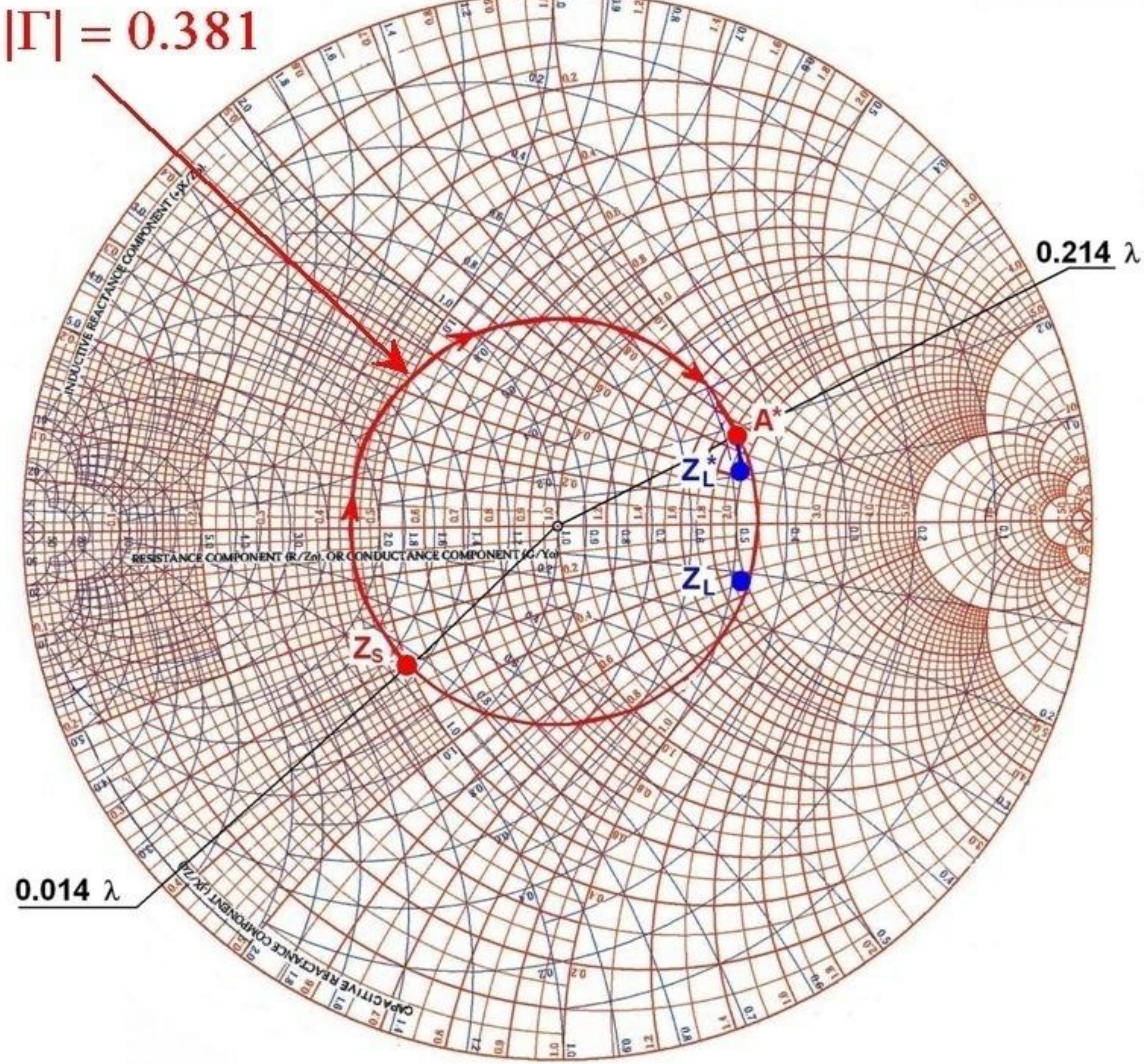
-Dal punto Z_S si può raggiungere il punto di arrivo A con spostamento orario su circonferenza $|\Gamma|$ = 0.381 ovvero ottenuto con uno spezzone di linea lungo l = 0.272 λ , come si può osservare dalla Carta.

Il punto A ha coordinate: z_A * = 1.85 +j 0.71 ovvero y_A* = 0.471 – j 0.181 ed è all'incrocio con la curva g = costante = 0.471 .

-Questo valore di y_A* = 0.471 – j 0.181 è ottenuto con l'aggiunta di uno spezzone di cavo aperto posto in parallelo di suscettanza b = 0.06

Sottraendo questo valore, con spostamento su g = costante, otteniamo il valore di Z_L* di coordinate: y_L* = 0.471 –j 0.121 ovvero z_L* = 2 + j 0.5.

- Il valore del carico Z_L è complesso coniugato di quanto ottenuto. Si ha: Z_L = 2 – j 0.5 .



|Γ| = 0.381
0.214 λ
A*
Z_L*
Z_L
Z_S
0.014 λ
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/Zo)